

UNIVERSITE DE GENEVE

FACULTE DES SCIENCES

Institut de Physique
Nucléaire Expérimentale

Professeur E. HEER

DETERMINATION DE LA POLARISATION DU
 Λ ISSU DE LA REACTION $\pi^- + p \rightarrow \Lambda + K^0$
A DES IMPULSIONS DU PION DE 1.03 ,
1.06 ET 1.12 GeV/c

THESE

PRESENTEE A LA FACULTE DES SCIENCES

DE L'UNIVERSITE DE GENEVE

POUR OBTENIR LE GRADE DE DOCTEUR ES-SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Claude REVILLARD

de

GENEVE

THESE No 1501

1969

Genève

Atelier d'impression de l'Ecole de Physique

1970

UNIVERSITE DE GENEVE

FACULTE DES SCIENCES

Institut de Physique
Nucléaire Expérimentale

Professeur E. HEER

DETERMINATION DE LA POLARISATION DU
 Λ ISSU DE LA REACTION $\pi^- + p \rightarrow \Lambda + K^0$
A DES IMPULSIONS DU PION DE 1.03 ,
1.06 ET 1.12 GeV/c

THESE

PRESENTEE A LA FACULTE DES SCIENCES

DE L'UNIVERSITE DE GENEVE

POUR OBTENIR LE GRADE DE DOCTEUR ES-SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Claude REVILLARD

de

GENEVE

THESE No 1501

Genève

Atelier d'impression de l'Ecole de Physique

1970

La faculté des sciences, sur le préavis du professeur Ernest HEER, et d'une commission composée des professeurs Ronald MERMOD et Charles ENZ, autorise l'impression de la présente thèse, sans exprimer d'opinion sur les propositions qui y sont énoncées.

GENEVE, le 31 octobre 1969

Le doyen: Marc VUAGNAT

Thèse No 1501



REMERCIEMENTS

J'adresse mes remerciements au Professeur E. HEER pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail et pour les moyens qu'il a mis à ma disposition pour le mener à bien.

Je remercie le Professeur H.J. GERBER d'avoir accepté de faire partie de la commission de thèse; je le remercie également pour les conseils qu'il m'a prodigués tout au long de ce travail.

Je remercie le Professeur C. ENZ d'avoir bien voulu accepter de faire partie de la commission de thèse.

Je remercie Monsieur W.E. CLELAND avec lequel j'ai collaboré lors de l'élaboration des programmes d'analyse.

Je remercie Messieurs A. GAUTSCHI et D. AEBISCHER des fructueuses discussions que nous avons eues au cours de ce travail.

Je remercie tous les membres du groupe et tous les techniciens qui ont participé à l'expérience.

Je remercie enfin toutes les personnes qui ont pris part au dépouillement des photos.

Une partie de ce travail a été subventionné par le Fond National Suisse pour la Recherche Scientifique.

TABLE DES MATIERES

I	INTRODUCTION	1
II	RAPPEL THEORIQUE	2
II.1	Généralités	2
II.2	Section efficace et polarisation	4
II.3	Application à notre expérience	6
II.4	Mesure du paramètre β	10
III	DONNEES ET RECONSTRUCTION	14
III.1	Plan de l'appareil et disposition des compteurs	14
III.2	Prise de données	16
III.3	Traitement des données	17
III.4	Reconstruction	19
III.4.1	Optique	19
III.4.2	Ajustement géométrique d'un événement dans l'espace	21
III.4.3	Ajustement géométrique et cinématique	25
IV	ANALYSE	33
IV.1	Polarisation du Λ	33
IV.1.1	Analyse numérique	34
IV.1.2	Calcul de la polarisation	36
IV.2	Résultats expérimentaux	41
IV.2.1	Classes d'événements analysés	41
IV.2.2	Tests sur les événements	42
IV.2.3	Vérification des hypothèses faites à propos de l'efficacité	45
IV.2.4	Homogénéité de l'échantillon	47
IV.2.5	Erreurs sur les mesures	52
IV.2.6	Résultats des mesures de α_P	55
IV.2.7	Analyse de la polarisation	61
IV.3	Temps de vie du Λ	67
IV.3.1	Système de coordonnées et volume fiduciel	67



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41545925_0032

IV.3.2	Efficacité selon l'axe x τ	68
IV.3.3	Calcul de τ	72
IV.3.4	Coupures sur les événements	74
IV.3.5	Résultats du calcul de τ	76
V	CONCLUSIONS	78
	ANNEXE A	80
	LISTE DES REFERENCES	82

I INTRODUCTION

L'expérience à laquelle nous avons participé avait pour but principal la vérification de la loi d'invariance par rapport au renversement du temps dans les interactions faibles.

Cette vérification s'est faite en mesurant la polarisation du proton issu de la désintégration du Λ selon le processus I.1).

$$\Lambda \rightarrow p + \pi^- \quad \text{I.1)}$$

Ces Λ ont été produits à partir de la réaction I.2),

$$\pi^- + p \rightarrow \Lambda + K^0 \quad \text{I.2)}$$

en utilisant un faisceau de pions bombardant une cible d'hydrogène non polarisée. Les résultats expérimentaux concernant cette vérification sont décrits dans (Réf 6).

La partie de l'expérience décrite dans ce travail est la détermination de la polarisation des Λ produits, pour des impulsions du faisceau incident de 1.03, 1.06 et 1.12 GeV/c. De petits échantillons nous ont permis de calculer la valeur moyenne de la polarisation pour des impulsions du faisceau incident de 0.95, 1.00 et 1.09 GeV/c.

Nous avons de plus calculé le temps de vie des Λ produits, ce qui nous a permis de vérifier que les événements utilisés lors de l'analyse étaient vraiment des Λ .

Des résultats préliminaires de ces analyses se trouvent dans (Réf 22).

II. RAPPEL THEORIQUE

II.1 Généralités

Considérons la diffusion par une cible de particules de spin $1/2$, complètement polarisée, d'un faisceau de particules de spin 0.

$$B + F \longrightarrow B' + F' \quad \text{II.1)}$$

Nous définissons un système de coordonnées cartésien tel que l'axe z de ce système coïncide avec la direction des particules incidentes.

L'état de spin d'une particule F , au repos, est représenté par un spineur

$$\chi = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta e^{-i\varphi/2} \\ \sin \theta e^{i\varphi/2} \end{pmatrix} \quad \text{II.2)}$$

normalisé de façon que $|a|^2 + |b|^2 = 1$

Les angles θ et φ définissent la direction pour laquelle la valeur moyenne du spin égale $1/2$.

La solution de l'équation de Schrödinger pour les ondes incidentes et diffusées s'écrit alors

$$\psi = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} e^{ikz} + (M) \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \frac{e^{ikr}}{r} \quad \text{II.3)}$$

(M) est une matrice 2×2 agissant sur le spineur $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$.

N'importe quelle matrice telle que la matrice $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ est une superposition linéaire de la matrice unité $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et des matrices (σ) de Pauli.

Elle peut s'écrire :

$$\begin{aligned} (M) &= f(1) + g_x(\sigma)_x + g_y(\sigma)_y + g_z(\sigma)_z \\ &= f(1) + \vec{g} \cdot (\vec{\sigma}) \end{aligned} \quad \text{II.4)}$$

Du fait de la conservation de la parité dans les interactions fortes, et si le produit des parités intrinsèques de B et de F et de B' et F' sont les mêmes, (M) ne peut contenir de termes changeant de signe lorsqu'on lui applique les lois de transformation de la parité.

($\vec{r}$) étant un "vecteur" axial, $\vec{g}$ doit donc être aussi un vecteur axial pour que (M) soit un scalaire.

Les seuls vecteurs axiaux dont on peut disposer sont proportionnels au vecteur unité $\hat{n}$ définissant la normale au plan de diffusion.

$$\hat{n} = \frac{\vec{k}_i \wedge \vec{k}_f}{|\vec{k}_i \wedge \vec{k}_f|} \quad \text{II.5)}$$

où $\vec{k}_i$ et $\vec{k}_f$ définissent les trajectoires des particules incidentes et diffusées.

La matrice (M), sous sa forme la plus générale s'écrit alors :

$$(M) = f(\mathbb{1}) + g \hat{n} \cdot (\vec{r}) \quad \text{II.6)}$$

L'amplitude de l'onde diffusée est :

$$\chi' \equiv \begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix} = (f(\mathbb{1}) + g \hat{n} \cdot (\vec{r})) \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad \text{II.7)}$$

Les amplitudes f et g représentent les contributions à l'amplitude de l'onde diffusée des termes de "non renversement du spin" et de "renversement du spin" respectivement.

Elles s'écrivent :

$$f(\theta^*) = \frac{1}{k} \sum_{\ell=0}^{\infty} [(\ell+1) a_{\ell+} + \ell a_{\ell-}] P_{\ell}(\cos \theta^*) \quad \text{II.8)}$$

$$g(\theta^*) = \frac{i}{k} \sin \theta^* \sum_{\ell=1}^{\infty} (a_{\ell+} - a_{\ell-}) \frac{d P_{\ell}(\cos \theta^*)}{d(\cos \theta^*)} \quad \text{II.9)}$$

Les $a_{\ell\pm}$ correspondent aux amplitudes de diffusion pour un moment cinétique total $J = \ell \pm 1/2$, ℓ représentant le moment cinétique orbital.

θ^* est l'angle de diffusion défini par :

$$\cos \theta^* = \frac{\vec{k}_i \cdot \vec{k}_f}{|\vec{k}_i| \cdot |\vec{k}_f|}$$

$P_\ell(\cos \theta^*)$ sont les fonctions de Legendre et k est le nombre d'onde.

Pour un développement plus détaillé de ce qui précède, on peut se référer aux (Ref 1), (Ref 2), (Ref 3).

II.2 Section efficace et polarisation.

Les valeurs moyennes du spin le long des axes x , y et z sont :

$$\begin{aligned} \langle \sigma_x \rangle &= \chi^* \sigma_x \chi & ; & \quad \sigma_x = 1/2 (\tau)_x \\ \langle \sigma_y \rangle &= \chi^* \sigma_y \chi & ; & \quad \sigma_y = 1/2 (\tau)_y \\ \langle \sigma_z \rangle &= \chi^* \sigma_z \chi & ; & \quad \sigma_z = 1/2 (\tau)_z \end{aligned}$$

Le vecteur de polarisation pour des particules de spin $1/2$ est, par définition :

$$\vec{P} \equiv 2 \langle \vec{\sigma} \rangle = \chi^* (\vec{\tau}) \chi = \langle \vec{\tau} \rangle \quad \text{II.10)}$$

La section efficace différentielle de diffusion pour une cible complètement polarisée s'écrit, en utilisant II.7),

$$\frac{d\tau}{d\Omega} \equiv \chi'^* \chi' = |a'|^2 + |b'|^2 \quad \text{II.11)}$$

$$\frac{d\tau}{d\Omega} = |f|^2 + |g|^2 + 2 \operatorname{Re}(f^* g) \hat{n} \cdot \langle \vec{\tau} \rangle$$

où $\langle \vec{\tau} \rangle$ est la polarisation de la cible.

Si la cible n'est que partiellement polarisée, la relation II.11) reste valable à condition que l'on réinterprète $\langle \vec{\tau} \rangle$ comme direction de la polarisation et $|\langle \vec{\tau} \rangle|$ comme le degré de la polarisation.

Pour une cible non polarisée on obtient alors :

$$\frac{d\tau_0}{d\Omega} = |f|^2 + |g|^2 \quad \text{II.12)}$$

II.11) peut alors s'écrire :

$$\frac{d\tau}{d\Omega} = \frac{d\tau_0}{d\Omega} \left(1 + \frac{2 \operatorname{Re}(f^* g)}{|f|^2 + |g|^2} \hat{n} \cdot \langle \vec{\tau} \rangle \right) \quad \text{II.13)}$$

La polarisation du faisceau diffusé $\vec{P}_d$ s'écrit à partir de II.7); avec:

$$\vec{P}_d \equiv \frac{\chi'^* (\vec{\tau}) \chi'}{\chi'^* \chi'}$$

on obtient

$$\vec{P}_d = \frac{d\tau_0}{d\Omega} \left(\frac{d\tau}{d\Omega} \right)^{-1} \cdot \left\{ [\alpha_0 + (1-\alpha_0)(\hat{n} \cdot \langle \vec{\tau} \rangle)] \hat{n} + \beta_0 (\langle \vec{\tau} \rangle \wedge \hat{n}) + \gamma_0 \langle \vec{\tau} \rangle \right\} \quad \text{II.14)}$$

où

$$\alpha_0 = (2 \operatorname{Re}(f^* g)) / (|f|^2 + |g|^2)$$

$$\beta_0 = (2 \operatorname{Im}(f^* g)) / (|f|^2 + |g|^2)$$

$$\gamma_0 = (|f|^2 - |g|^2) / (|f|^2 + |g|^2) \quad \text{II.15)}$$

$$\text{et } \alpha_0^2 + \beta_0^2 + \gamma_0^2 = 1$$

Si la cible n'est pas polarisée, on obtient, en faisant $\langle \vec{\sigma} \rangle = 0$ dans II.14) :

$$\vec{p}_d = \alpha_0 \hat{n} = \hat{n} \frac{2 \operatorname{Re}(f^* g)}{|f|^2 + |g|^2} \quad \text{II.16)}$$

La polarisation finale est dirigée le long de la normale $\hat{n}$ au plan de diffusion et sa grandeur est α_0 .

II.3 Application à notre expérience.

Définissons tout d'abord le système du centre de masse de production (Fig. 1).

La normale $\hat{n}_p$ au plan de production et l'angle θ_p^* de production sont définis par : (Ref 5)

$$\hat{n}_p = - \frac{\vec{p}_\pi^* \wedge \vec{p}_\Lambda^*}{|\vec{p}_\pi^* \wedge \vec{p}_\Lambda^*|} \quad \cos \theta_p^* = \frac{\vec{p}_\pi^* \cdot \vec{p}_\Lambda^*}{|\vec{p}_\pi^*| |\vec{p}_\Lambda^*|} \quad \text{II.17)}$$

La cible de protons n'étant pas polarisée, nous pouvons écrire la section efficace différentielle de production et la polarisation du Λ à partir des expressions II.12) et II.16) respectivement.

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_\Lambda = |f|^2 + |g|^2 \quad \text{II.18)}$$

$$\vec{p}_\Lambda = \hat{n}_p \cdot \frac{2 \operatorname{Re}(f^* g)}{|f|^2 + |g|^2} \quad \text{II.19)}$$

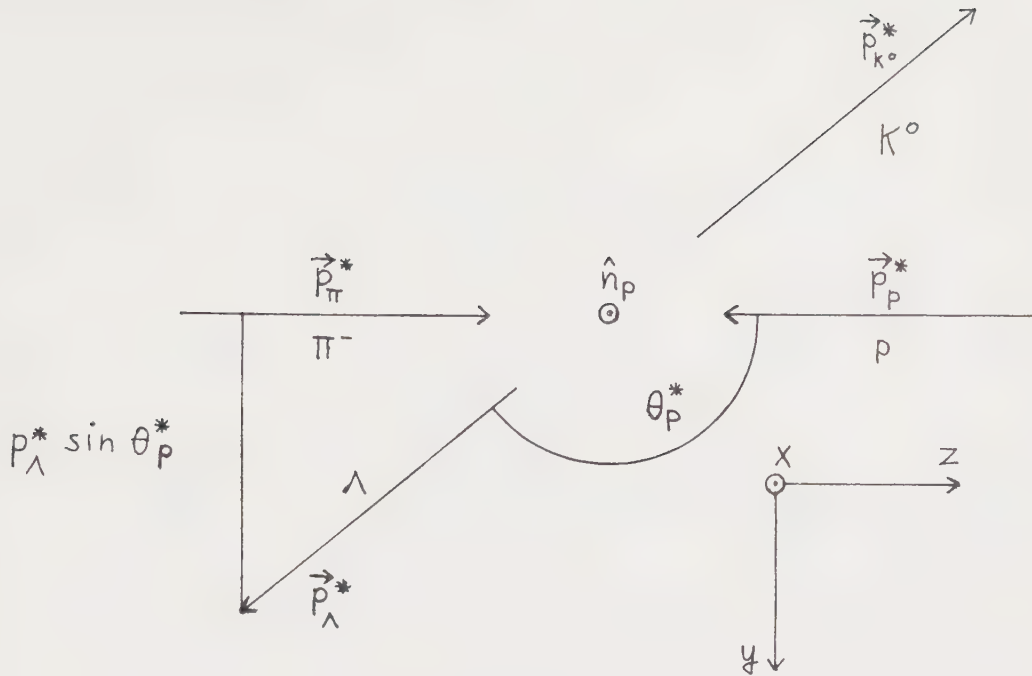


Fig.1 Système du centre de masse de production.



Les impulsions des quatre particules présentes sont désignées respectivement par $\vec{p}_\pi^*$, $\vec{p}_p^*$, $\vec{p}_\Lambda^*$, $\vec{p}_{K^0}^*$.

Le passage du centre de masse au laboratoire se fait le long de l'axe z. La grandeur de l'impulsion transverse du Λ est alors $p_\Lambda^* \sin \theta_p^*$.

Considérons ensuite le système de désintégration (Fig.2).

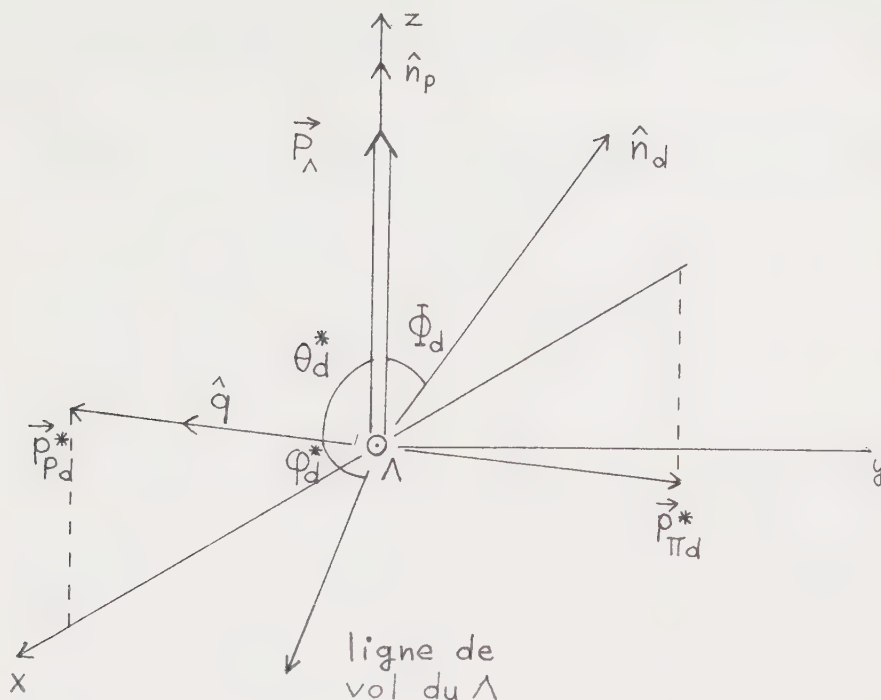


Fig. 2 Système de désintégration $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$

Ce système est défini dans le système de repos du Λ .

$\hat{n}_p$ est la normale au plan de production (Fig. 1).

$\hat{n}_d$ est la normale au plan de désintégration;

elle est définie dans le laboratoire par :

$$\hat{n}_d = (\vec{p}_d \wedge \vec{p}_{\pi d}) / |\vec{p}_d \wedge \vec{p}_{\pi d}|.$$

Φ_d est l'angle compris entre ces deux normales.

φ_d^* est l'angle de désintégration du proton par rapport à la ligne de vol du Λ .

θ_d^* est l'angle utilisé dans le calcul de la polarisation :

$$\cos \theta_d^* = \sin \Phi_d \sin \varphi_d^*.$$

$\hat{q}$ est un vecteur unité placé le long de $\vec{p}_{p d}^*$.

Les impulsions du proton et du pion de désintégration sont désignées respectivement par $\vec{p}_d^*$ et $\vec{p}_{\pi d}^*$.

L'axe z est placé le long de la normale $\hat{n}_p$ au plan de production; l'axe x est tel que le proton de désintégration est compris dans le plan (z,x); l'axe y est choisi de façon que les axes x, y et z forment un système orthogonal droit.

Le calcul de la distribution angulaire du proton de désintégration est analogue à celui de la section efficace différentielle de production II.11). La conservation du moment cinétique total J implique, dans le cas du Λ (spin $1/2$) que seules les amplitudes S ($\ell = 0$) et P ($\ell = 1$) contribuent à l'état final.

La matrice (M) s'écrit, dans ces conditions :

$$(M) = S(1) + P \hat{q} \cdot (\vec{\sigma}) \quad \text{II.20)}$$

où $\hat{q} = \vec{p}_d^* / p_d^*$ et $|S|^2 + |P|^2 = 1$
et l'on aura, comme pour II.7)

$$\chi_p = (M) \chi_\Lambda \quad \text{II.21)}$$

Les coefficients définis en II.15) deviennent

$$\begin{aligned} \alpha &= 2 \operatorname{Re}(S^* P) \\ \beta &= 2 \operatorname{Im}(S^* P) \\ \gamma &= |S|^2 - |P|^2 \end{aligned} \quad \text{II.22)}$$

La distribution angulaire s'écrit de la même façon que II.13)

$$\begin{aligned} \frac{dN}{d(\cos \theta_d^*)} &\equiv \chi_p^* \chi_p = 1 + \alpha \vec{p}_\Lambda \cdot \hat{q} \\ &= 1 + \alpha P_\Lambda \cos \theta_d^* \end{aligned} \quad \text{II.23)}$$

et la polarisation du proton de désintégration devient

$$\begin{aligned} \vec{P}_p &= (\chi_p^* (\vec{\sigma}) \chi_p) / (\chi_p^* \chi_p) \\ \vec{P}_p &= \frac{1}{1 + \alpha \vec{p}_\Lambda \cdot \hat{q}} \left\{ [\alpha + (1-\gamma)(\hat{q} \cdot \vec{p}_\Lambda)] \hat{q} \right. \\ &\quad \left. + \beta (\vec{p}_\Lambda \wedge \hat{q}) + \gamma \vec{p}_\Lambda \right\} \end{aligned} \quad \text{II.24)}$$

Pour un développement plus détaillé de ce qui précède on peut se référer à (Ref 4).

Les ondes S et P étant de parité inverse, les paramètres α et β définis en II.22) devraient être nuls, si la parité était conservée dans les interactions faibles. Il n'en est heureusement rien et la relation II.23) nous permet de déterminer la polarisation du Λ .

De plus, le paramètre β s'annule si la loi d'invariance par rapport au renversement du temps est vraie.

C'est la vérification de cette loi que notre groupe s'est proposé d'effectuer (Ref 6).

II.4 Mesure du paramètre β .

Considérons le cas particulier pour lequel le proton de désintégration est émis dans une direction perpendiculaire au vecteur de polarisation $\vec{P}_\Lambda$. On a alors $\vec{P}_\Lambda \cdot \hat{q} = 0$ et la relation II.24) devient :

$$\vec{P}_p (\hat{q} \perp \vec{P}_\Lambda) = \alpha \hat{q} + \beta (\vec{P}_\Lambda \wedge \hat{q}) + \gamma \vec{P}_\Lambda \quad \text{II.25)}$$

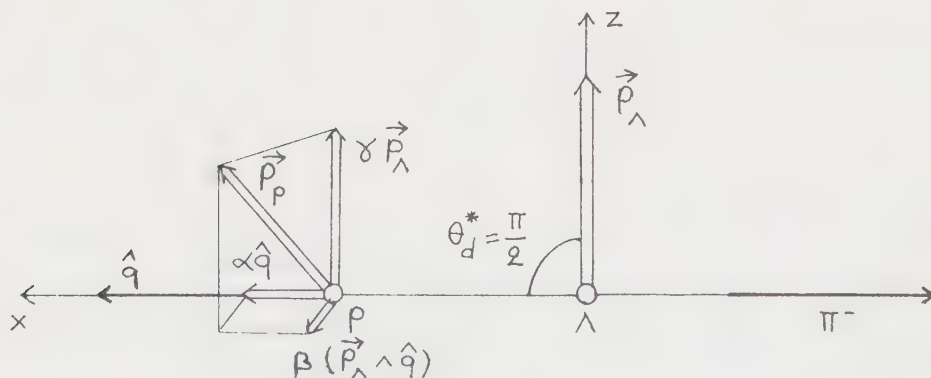
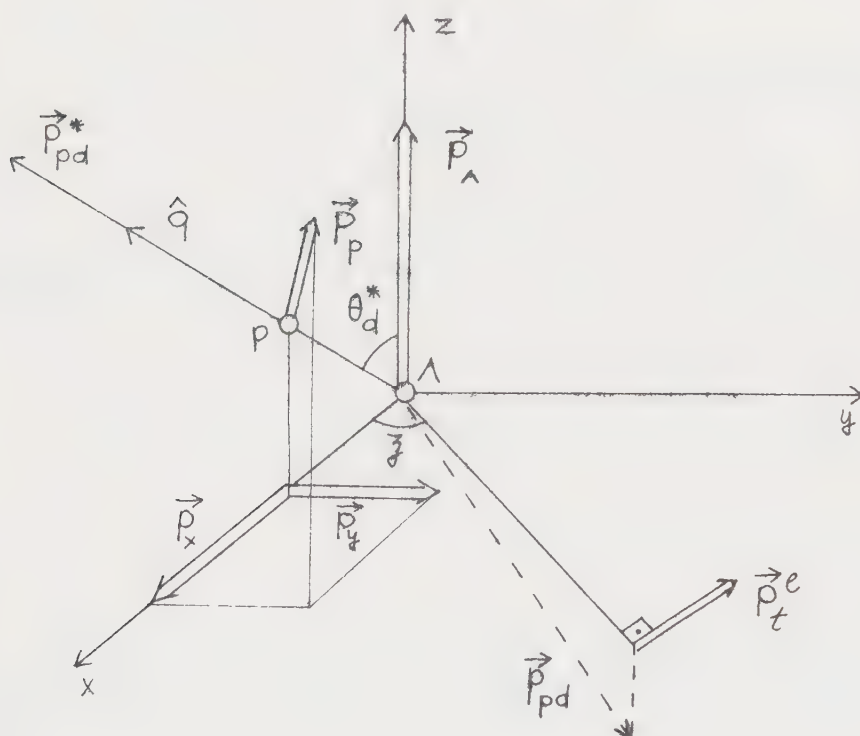


Fig. 3 Polarisation du proton de désintégration dans le cas particulier où $\hat{q} \perp \vec{P}_\Lambda$.

Nous mesurons dans le laboratoire la grandeur de la composante transverse de cette polarisation qui, dans le cas de la Fig. 3, est égale au paramètre β_P .

Considérons la Fig. 4.



P_z est la composante transverse de la projection, dans le plan de production, de la polarisation du proton dans le laboratoire.

θ est l'angle compris entre les projections, dans le plan de production, des impulsions $\vec{p}_{pd}^*$ et $\vec{p}_{pd}$ du proton; $\vec{p}_{pd}$ est l'impulsion du proton dans le laboratoire.

La grandeur de $\vec{P}_t^e$ s'écrit :

$$P_t^e = P_y \cos \zeta - P_x \sin \zeta \quad \text{II.26)}$$

Les grandeurs des composantes $\vec{P}_x$ et $\vec{P}_y$ peuvent être calculées à partir de II.24) avec

$$\begin{aligned} \vec{P}_\Lambda &= (0, 0, P_\Lambda) \\ \hat{q} &= (\sin \theta_d^*, 0, \cos \theta_d^*) \end{aligned}$$

On obtient :

$$\begin{aligned} P_x &= \frac{1}{1 + \alpha P_\Lambda \cos \theta_d^*} [\alpha + (1 - \alpha) P_\Lambda \cos \theta_d^*] \sin \theta_d^* \\ P_y &= \frac{1}{1 + \alpha P_\Lambda \cos \theta_d^*} \beta P_\Lambda \sin \theta_d^* \end{aligned}$$

et, en remplaçant P_x et P_y par leur valeur dans II.26), il vient :

$$P_t^e = \frac{1}{1 + \alpha P_\Lambda \cos \theta_d^*} \left\{ -[\alpha + (1 - \alpha) P_\Lambda \cos \theta_d^*] \sin \zeta + \beta P_\Lambda \cos \zeta \right\} \sin \theta_d^* \quad \text{II.27)}$$

Pour obtenir la meilleure précision dans le calcul de β , il faut sélectionner des Λ dont le proton de désintégration a une grande polarisation transverse.

Le cas idéal, représenté par la Fig. 3, est celui où l'on a $\zeta = 0$ et $\theta_d^* = \pm \pi/2$. Cela correspond à un proton dont l'impulsion dans le centre de masse du Λ est parallèle ou antiparallèle à la ligne de vol du Λ .

Dans le laboratoire, ces protons auront préférentiellement soit une grande énergie ($0 \leq \theta_d^* < \pi$), soit une faible énergie ($\pi \leq \theta_d^* \leq 2\pi$).

La probabilité de diffusion croissant avec l'épaisseur du matériau traversé, on a intérêt à choisir les protons ayant la plus grande énergie dans le laboratoire ($0 \leq \theta_d^* < \pi$).

Pour obtenir des protons de grande énergie, il faut que le Λ ait lui aussi une grande énergie.

Si c'est le cas, le pion de désintégration sera lui aussi émis préférentiellement vers l'avant, et plus son énergie dans le laboratoire sera faible, plus celle du proton sera grande.

Enfin, les tables de cinématique montrent que si le proton est émis près de la ligne de vol du Λ , on obtient des pions de faible énergie, quelle que soit l'impulsion du Λ dans le laboratoire.

III DONNEES ET RECONSTRUCTION

III.1 Plan de l'appareil et disposition des compteurs.

Un plan de l'appareillage utilisé est représenté sur la Fig. 5.

Toutes les chambres sont des chambres à étincelles. La chambre du faisceau, Ch. 1, est composée de feuilles minces d'aluminium. Elle permet de définir la trace du pion incident.

La réaction $\pi^- + p \rightarrow \Lambda + \pi^0$ se produit au niveau de la cible. Celle-là contient de l'hydrogène liquide; elle n'est pas polarisée.

La chambre de désintégration, Ch. 2, est aussi composée de feuilles minces d'aluminium. Elle permet de visualiser la désintégration $\Lambda \rightarrow \pi + p$.

Le polarimètre lui-même est constitué des chambres Ch. 3, Ch. 4 et Ch. 5. Il est composé de plaques de graphite plus ou moins épaisses, grâce auxquelles les protons de désintégration auront la possibilité de diffuser, nous permettant ainsi de déterminer leur polarisation.

La chambre Ch. 1 et le polarimètre ont été tout d'abord utilisés lors d'une mesure du pouvoir d'analyse du C^{12} . Les détails concernant sa construction sont contenus dans (Réf 7). La cible, la chambre de désintégration et les compteurs ont été construits spécialement pour cette expérience.

La trace incidente est définie par les compteurs F1 et F2.

L'anticompteur F3 entoure la partie avant de la cible et permet de rejeter les particules n'ayant pas interagi ou les produits chargés d'une réaction $\pi^- + p$.

Le pion de désintégration doit frapper le compteur $\pi 1$ mais ne doit pas déclencher l'anticompteur $\pi 2$.

L'absorbant placé entre les compteurs $\pi 1$ et $\pi 2$ permet aux pions de désintégration d'avoir une énergie maximum d'environ 50 MeV.

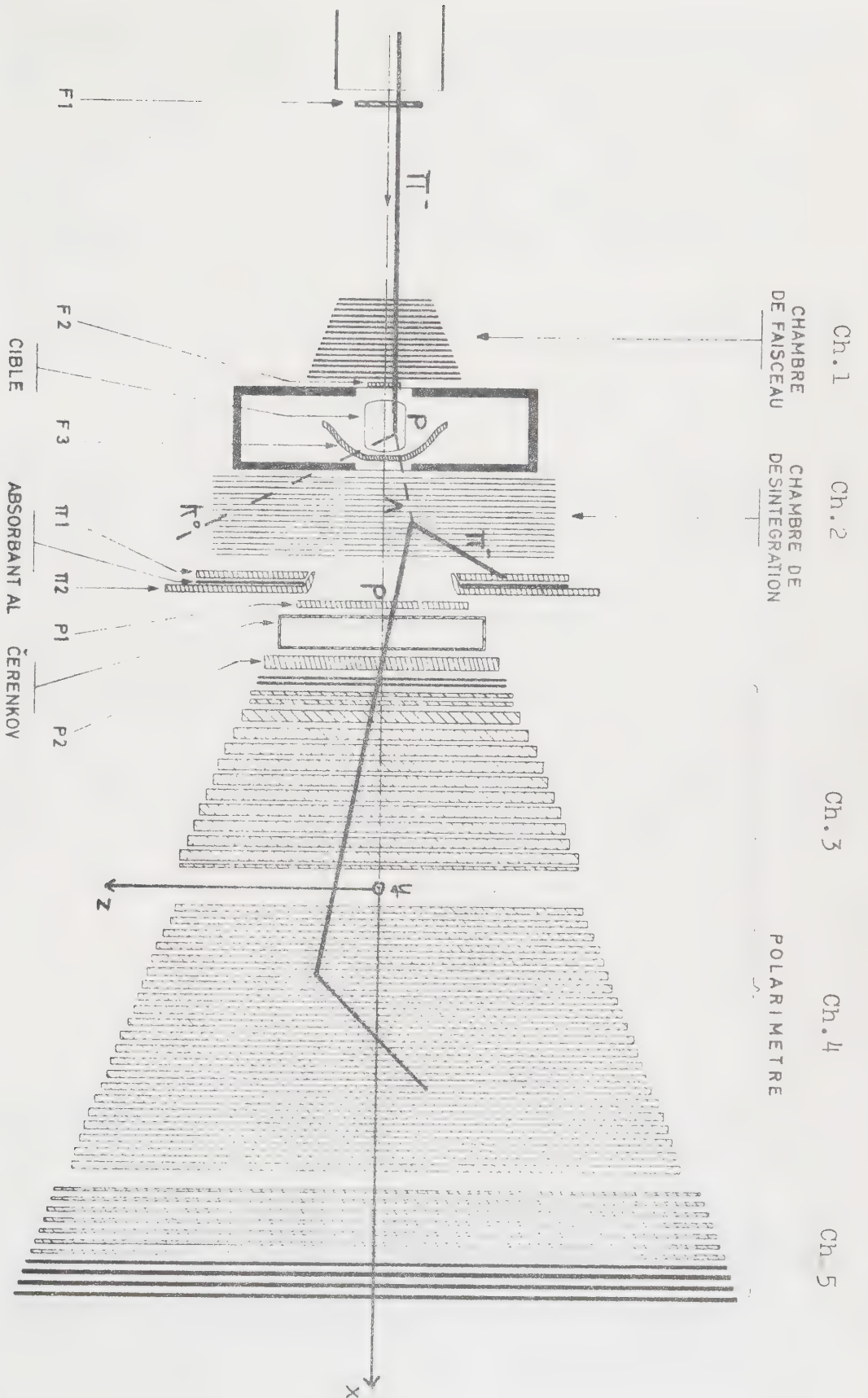


Fig. 5 Plan de l'appareil et disposition des compteurs. Le schéma d'un événement type, $\pi^- + p \rightarrow \Lambda + K^0$, et les axes de coordonnées x , y et z sont aussi représentés sur la figure.

Le proton de désintégration peut traverser le "barrage" $\pi 1$ -absorbant- $\pi 2$ par un trou de 21.5 cm de diamètre placé au centre de ce "barrage". Il déclenche ensuite les compteurs P1 et P2 et poursuit sa route dans le polarimètre.

Un compteur Čerenkov, C, utilisé en anticoïncidence et placé entre les compteurs P1 et P2 empêche une particule rapide, donc légère, de simuler un proton. Ces particules peuvent par exemple provenir de la désintégration du K^0 en 2π .

Le déclenchement des chambres se fait par une électronique appropriée et est autorisé si l'on a en coïncidence:

$$(F1 F2 \overline{F3}) (\pi 1 \overline{\pi 2}) (P1 P2 \overline{C}) \quad \text{III.1)}$$

Ce dispositif expérimental favorise les déclenchements III.1) pour des événements ayant les propriétés requises pour une bonne mesure du paramètre β ; (voir § II.4). En effet:

- a) Les Λ sont produits vers l'avant; ils auront donc préférentiellement une grande énergie.
- b) Les pions de désintégration sont produits vers l'avant (compteur $\pi 1$) et leur énergie est faible (absorbant et anticompteur $\pi 2$).
- c) Les protons de désintégration sont produits vers l'avant, près de la ligne de vol du Λ (trous des compteurs $\pi 1$ et $\pi 2$; compteurs P1 et P2). Ils auront donc une grande énergie et leur probabilité de diffuser sera grande.

III.2 Prise de donnée.

L'optique de la chambre nous permet d'enregistrer sur film deux vues stéréoscopiques de chaque événement (Fig. 6) et (Réf 7).

Le dépouillement se fait manuellement. Les critères de base pour accepter un événement sont les suivants :

Il faut tout d'abord que le pion incident soit visible sur les deux vues.

On doit ensuite voir un V dans au moins une des deux vues de la Ch. 2.

Si l'événement ne présente pas de diffusion, il doit avoir au moins deux étincelles dans Ch. 3.

Dans le cas d'une diffusion, on demande 5 étincelles avant et au moins 2 étincelles après la diffusion.

On mesure tout d'abord les marques fiducielles. On passe ensuite aux traces pour lesquelles un maximum de 5 mesures par trace et par chambre est imposé.

Si une étincelle est manifestement hors d'une trace, elle n'est pas mesurée.

Si le pion de désintégration interagit avant d'arriver dans le compteur Π_1 , on ne mesure que la trace précédant cette interaction.

Deux numéros (série et photo) permettent de retrouver pour chaque événement les conditions expérimentales en vigueur pendant la prise de donnée.

Les mesures des étincelles et ces différents renseignements sont perforés sur bandes papier. Les coordonnées des marques fiducielles et des étincelles le sont automatiquement.

Ces bandes papier sont ensuite lues et les données sont écrites sur bandes magnétiques par l'intermédiaire d'un ordinateur IBM 1401 (CERN).

III.3 Traitement des données.

Un premier programme, "BELAMA", tient une comptabilité des événements dépouillés, vérifie s'il n'y a pas de fautes grossières de mesure, si les traces et les marques fiducielles ont toutes été mesurées et transforme les coordonnées des étincelles en passant du système de référence des tables de dépouillement à celui du polarimètre (Fig. 5).

Les bandes "BELAMA" sont utilisées dans un programme "RECON". Il a pour tâche de reconstruire et de déterminer les paramètres physiques des événements au moyen d'ajustements géométriques et cinématiques.

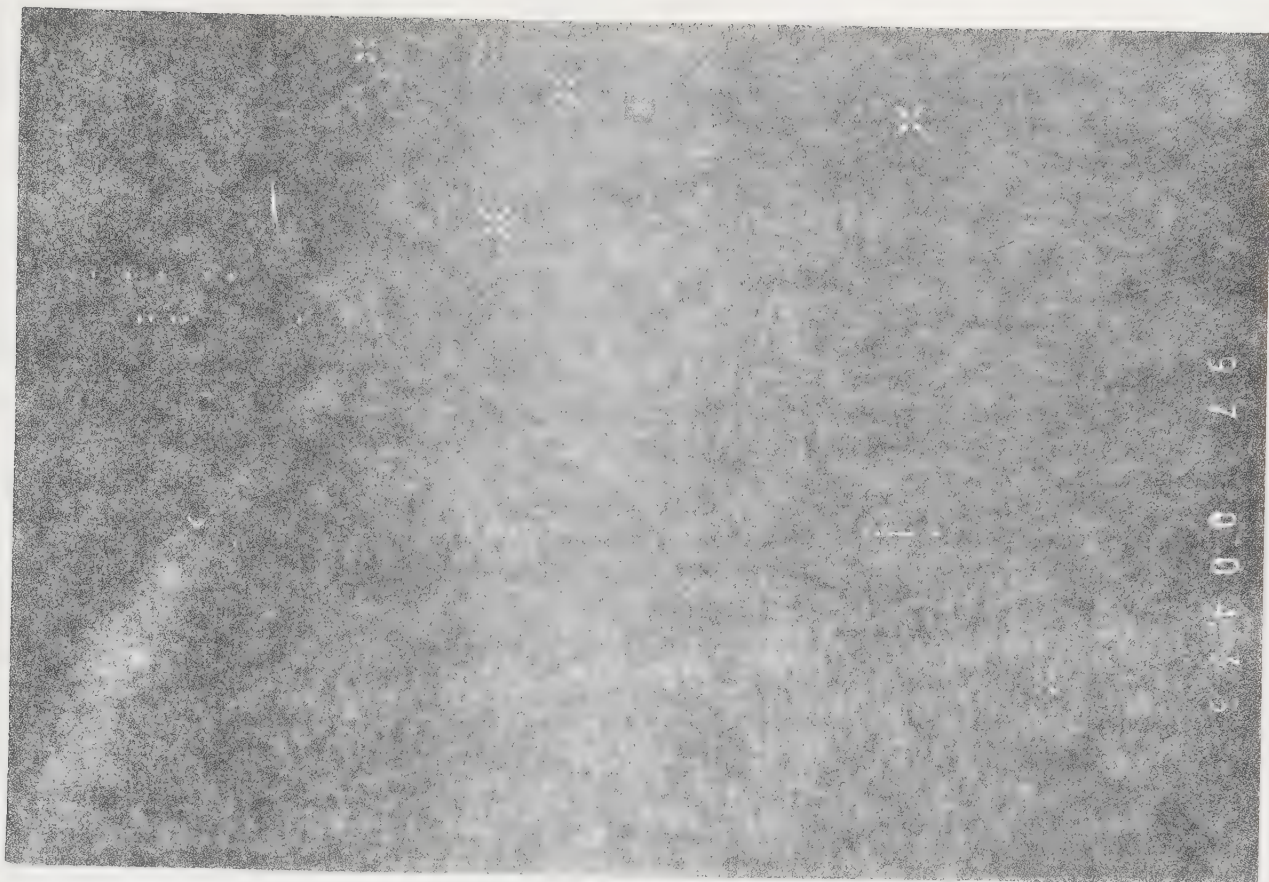


Fig. 6 Photo d'un événement.

La partie gauche de la photo est la vue de côté; la vue de dessus est située à droite.

La trace du pion incident (en haut) est suivie du V de la désintégration du Λ . La trace du proton est très nette tandis que celle du pion l'est moins. On peut distinguer le pion du proton dans le V de la vue de côté car la trace de ce dernier se poursuit dans les chambres de diffusion. Le proton diffuse et s'arrête dans la Ch. 4.

Les croix parsemant la photo sont les marques fiducielles. L'axe x de référence passe par la croix située entre la trace du pion et le V de la vue de dessus et par la croix que l'on distingue en bas de cette même vue. L'axe y passe par la série de croix située entre les chambres Ch. 3 et Ch. 4.

Sur des étiquettes latérales (à gauche en haut) affichent les numéros de la série et de la photo.

Le traitement se poursuit grâce à "POSTAN" qui, avec les résultats de "RECON", calcule tous les paramètres dont on a besoin lors de l'analyse finale.

On condense enfin les données de "POSTAN" sur les bandes "COMPRESS" qui serviront de bandes d'entrées aux programmes d'analyse :

- MAXFUN (calcul de β)
- POLAMD (calcul de la polarisation du Λ)
- LIFEIM (calcul du temps de vie du Λ).

Enfin, un programme "REHIST" permet d'obtenir les histogrammes dont on a besoin lors de l'analyse.

Tous ces programmes ont été écrits par le groupe. Ils sont utilisés sur les ordinateurs CDC 6600 et 6400 du CERN et sur CDC 3800 du centre cantonal d'informatique.

III.4 La reconstruction.

III.4.1 Optique.

Les espaces séparant les plaques des chambres à étincelles sont recouverts de prismes qui dirigent les rayons lumineux issus des étincelles vers la caméra. Le plan que forme ces prismes sert de plan de projection. Il est perpendiculaire à l'axe optique de la caméra. C'est dans ce plan que sont converties toutes les mesures faites sur les tables de dépouillement.

Les corrections dues à l'optique reviennent à placer une caméra virtuelle dans le plan médian de chaque inter-plaque (Fig. 7). Cette caméra est située à une distance

$$d_3 = (d_3^{02} + x^2)^{1/2} \quad \text{III.2)}$$

du plan des prismes. Les coordonnées u des projections d'une étincelle (x, y, z) seront

$$u_k = d_{3k} \frac{(z \cos \delta_k - y \sin \delta_k - d_{2k})}{d_{3k} + d_{1k} - y \cos \delta_k - z \sin \delta_k} \quad (11.3)$$

l'indice k indiquant soit la vue de dessus, soit la vue de côté.

Les constantes δ , d_1 , d_2 , d_3 sont explicitées sur la Fig. 7.

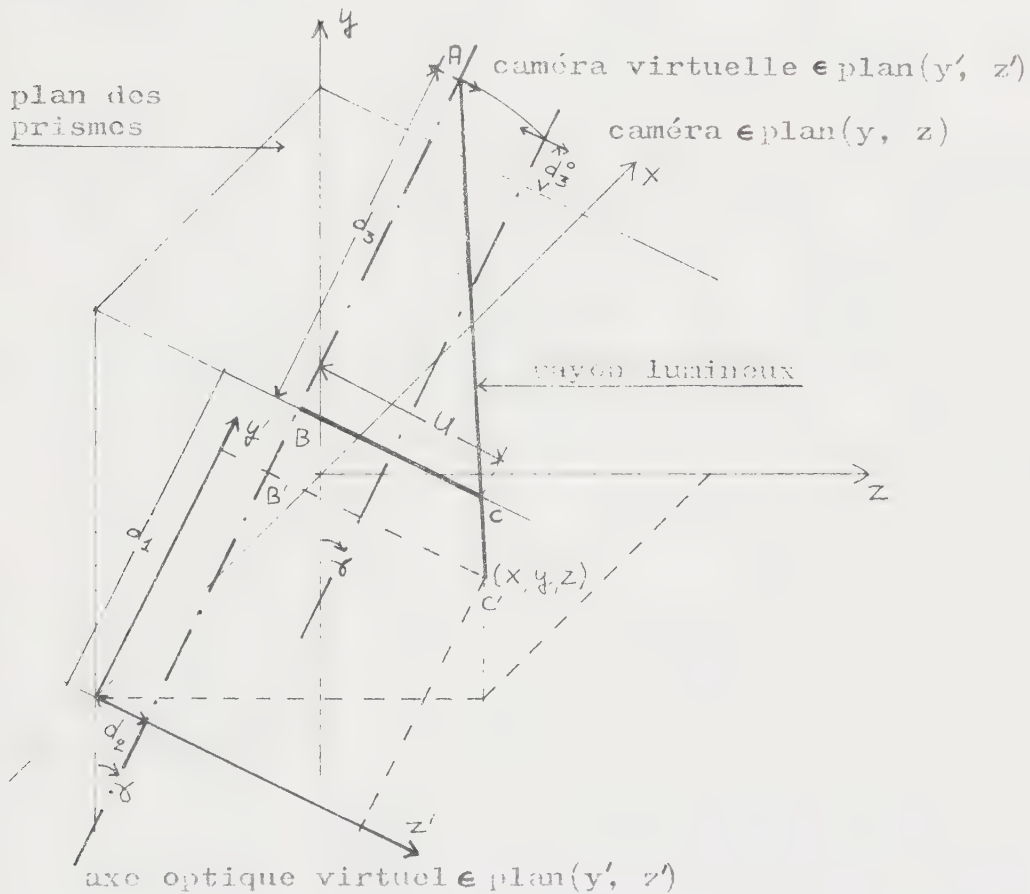


Fig. 7 Reconstruction optique.

On fait tout d'abord pivoter fictivement la caméra autour d'un point B défini par l'intersection du plan des prismes, du plan médian (y', z') de l'interplaqué considéré et d'un plan défini par une droite parallèle à l'axe des x et par l'axe optique.

On place ainsi une caméra virtuelle dans le plan (y', z') . Le rayon lumineux issu de l'étincelle (x, y, z) traverse alors le prisme situé au-dessus de l'interplaqué sans être dévié. La coordonnée u de cette étincelle dans le plan des prismes (plan de projection) est alors obtenue en utilisant les deux triangles semblables ABC et $AB'C'$.

L'angle δ est compris entre l'axe optique et l'axe des x .

III.4.2 Ajustement géométrique d'un événement.

Chaque événement est tout d'abord divisé en quatre traces:

- a) Pion incident,
- b) proton dans la chambre de désintégration,
- c) pion dans la chambre de désintégration,
- d) proton dans les chambres de diffusion.

Chacune de ces traces est ajustée par une droite dans l'espace. Cette droite est définie par quatre paramètres β_i : les coordonnées z et y de son intersection avec le plan origine ($x = 0$) et deux pentes $\Delta y/\Delta x$ et $\Delta z/\Delta x$.

On ajuste ces paramètres par une méthode d'itération en minimisant la fonction (III.4) par rapport aux $\delta\beta$. Cette façon de procéder vient du fait que les fonctions $\chi_i(\beta_0)$ ne sont pas linéaires en les β_k .

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2} \left[\chi_i^m - \chi_i(\vec{\beta}_0) - \sum_{k=1}^4 \delta\beta_k \frac{\partial \chi_i}{\partial \beta_k} \bigg|_{\vec{\beta}=\vec{\beta}_0} \right]^2 \quad (III.4)$$

n est le nombre de coordonnées mesurées,
 $\vec{\beta}_0 = \beta_1 \dots \beta_4$ sont les quatre paramètres à ajuster,
 χ_i^m sont les coordonnées mesurées,
 $\chi_i(\vec{\beta}_0)$ sont les coordonnées calculées à partir de (III.3),
 $\delta\beta_k$ sont les corrections à apporter aux paramètres $\vec{\beta}$.

On définit les valeurs initiales des paramètres de chaque trace en supposant que ces traces sont confondues avec l'axe des x .

La convergence est généralement rapide et les bons paramètres sont obtenus en trois ou quatre itérations.

La façon d'arrêter ces itérations est la suivante:
 Considérons un

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2} \left[\chi_i^m - \chi_i(\vec{\beta}_0) \right]^2 \quad (III.5)$$

La variation $\delta(\chi^2)$, lorsque l'on applique au χ^2 les variations $\delta\vec{\beta}$ s'écrit:

$$\delta(\chi^2) = -2 \sum_{i,k} \frac{1}{\sigma_i^2} \left[\chi_i^m - \chi_i(\vec{\beta}_0) \right] \frac{\partial \chi_i(\vec{\beta}_0)}{\partial \beta_k} \delta\beta_k \quad (III.6)$$

Les itérations sont arrêtées lorsque $|\delta(\chi^2)|$ est inférieur à $1/2$, ou lorsque leur nombre est supérieur à 10.

On calcule alors la probabilité $P(\chi^2)$ du dernier χ^2 obtenu. Si elle est supérieure à 1%, on arrête le processus et l'on passe à la trace suivante. On se contente de cette limite car les paramètres β calculés ne sont que des valeurs initiales utilisées lors des ajustements suivants. (Voir plus loin et § III.4.3). D'autre part, la variation d'un χ^2 pour passer de $P(\chi^2) = 1\%$ à $P(\chi^2) = 2\%$, ceci pour deux degrés de liberté (6 coordonnées au minimum moins 4 paramètres) est de 1.4. La valeur de $P(\chi^2)$ change donc peu si l'on néglige une diminution de la valeur de χ^2 de $1/2$.

Si $P(\chi^2)$ est inférieure à 1%, on élimine des données l'étincelle dont l'une ou l'autre des coordonnées s'écarte le plus des coordonnées calculées. On peut en effet penser que l'étincelle incriminée est, soit une étincelle parasite mesurée par inadvertance, soit une étincelle mal mesurée. Cette procédure complète une partie du travail effectué par le programme "BELAMA" (§III.3). Une fois les coordonnées de l'étincelle éliminées, le calcul des paramètres β recommence à partir de III.4) avec, cette fois, $n = n-2$.

S'il ne reste que trois étincelles pour une trace et que l'on n'a obtenu ni la convergence, ni une valeur acceptable de $P(\chi^2)$, l'événement n'est pas reconstruit.

Ce qui précède s'applique à l'ajustement des traces précédant les chambres de diffusion.

Pour ajuster les paramètres des traces définissant la, ou les diffusions du proton, on commence par ajuster toutes les étincelles par une seule droite, cela à partir de III.4). Si la probabilité du χ^2 obtenu est supérieure à 10%, on arrête le processus. Cette probabilité plus élevée s'explique par le fait que l'on veut discerner des diffusions de l'ordre de 3°.

Si cette probabilité est inférieure à 10%, on enlève la dernière étincelle du proton et l'on recommence le calcul. Les étincelles éliminées sont ensuite utilisées pour définir la trace du proton après la diffusion. Il se peut que cette trace comprenne une seconde diffusion; on définit alors la trace du proton après la seconde diffusion. On limite le nombre de diffusions à deux, soit trois traces au maximum pour un proton diffusé.

Les points de désintégration et de diffusion sont calculés par le même procédé que précédemment. L'ajustement se fait cette fois par un plan contenant les deux traces considérées. Il faut sept paramètres pour définir ce plan (deux fois quatre paramètres pour les deux droites moins une contrainte : les deux droites doivent se couper). Les paramètres choisis sont les trois coordonnées (x,y,z) du point d'intersection et les deux pentes de chacune des deux droites.

La convergence est rapide puisque l'on dispose des valeurs initiales calculées précédemment.

L'erreur σ faite sur la mesure d'un point est composée de l'erreur de mesure de ce point, σ_m , et d'une distance, $\delta x \operatorname{tg} \theta$, perpendiculaire à l'axe des x , séparant la projection de l'étincelle de la projection de la vraie trace de la particule. Cette différence entre les deux projections est due à la migration des ions pendant le temps séparant le passage de la particule dans les chambres, du déclenchement de celles-là.

Ces deux erreurs n'étant pas corrélées, on peut écrire :

$$\sigma = (\sigma_m^2 + (\delta x)^2 + g^2 \theta)^{1/2} \quad \text{III.5)}$$

où θ est la projection de l'angle compris entre la trace dans l'espace et l'axe des x .

σ_m et δx sont déterminés empiriquement pour chaque type de trace.

Cette détermination se fait de la façon suivante : On calcule pour chaque trace de chaque événement un

$$\chi_o^2 = \frac{1}{\sigma_o^2} \sum_{i=1}^n [\mu_i^m - \mu_i(\vec{\beta}_o)]^2 \quad \text{III.6)}$$

avec

$$\sigma_o^2 = (\sigma_{mo}^2 + (\delta_o x)^2 + g^2 \theta)^{1/2}$$

On veut connaître les vraies valeurs de σ_m et δx . Connaissant χ_o^2 de III.6), on peut écrire

$$\chi^2 = \frac{\sigma_o^2}{\sigma^2} \chi_o^2 \quad \text{III.7)}$$

d'où

$$\sigma^2 = \sigma_o^2 \left(\frac{\chi_o^2}{n-4} \right) \quad \text{III.8)}$$

On forme ensuite, avec N événements, l'expression :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left\{ \tau_i^2 - [\tau_m^2 + (\delta x)^2 + g \theta_i^2] \right\}^2 \quad \text{III.9)}$$

et, en exigeant que

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial \tau_m^2} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \chi^2}{\partial (\delta x)^2} = 0$$

on obtient deux équations nous permettant de calculer les valeurs de τ_m et de δx pour chaque type de trace.

Ce sont ces valeurs, déterminées tout d'abord à partir d'un échantillon restreint, qui servent à calculer les erreurs τ_i de l'expression III.4). On s'est assuré, lors de la reconstruction de tous nos événements que les valeurs τ_m et δx calculées correspondaient aux valeurs utilisées pour le calcul des τ_i .

Le Tab. 1 contient les résultats de ces estimations.

Traces	τ_m [cm]	δx [cm]
Faisceau	0.03	0.40
Proton (chambre de désintégration)	0.05	0.20
Pion (chambre de désintégration)	0.25	0.10
Proton (chambre de diffusion)	0.10	0.05
Proton diffusé	0.10	0.25

Tab. 1 Erreurs sur la mesure des étincelles.

Les erreurs δx sont raisonnables. En effet, la valeur maximum de δx est d'un demi interplaque et les grandeurs de ceux-là sont comprises entre 0.6 et 1.2 cm.

Les erreurs τ_m proviennent sans doute d'une combinaison de l'erreur propre à la table de dépouillement (0.01 cm dans le plan des prismes) et des erreurs faites par les personnes mesurant les étincelles. Les erreurs τ_m sur le faisceau et sur le proton de la chambre de désintégration sont trop petites. Cela vient peut-être du fait que, ces deux traces étant très nettes sur les photos (Fig. 6), les personnes qui les mesuraient faisaient sans le vouloir un premier ajustement "à l'oeil". L'erreur sur le pion de désintégration par contre est grande. Cela est normal car ces traces sont beaucoup moins propres que les traces du faisceau et du proton.

III.4.3 Ajustements géométrique et cinématique.

Ces ajustements permettent de déterminer les paramètres définissant un événement. Les paramètres choisis sont les suivants :

- α_1 coordonnée y de la trace incidente dans le plan origine ($x = 0$), (Fig. 9).
- α_2 coordonnée z de la trace incidente dans le plan origine ($x = 0$), (Fig. 9).
- α_3 pente de la trace incidente dans le plan vertical, (Fig. 9).
- α_4 pente de la trace incidente dans le plan horizontal, (Fig. 9).
- α_5 longueur de la trace incidente depuis le plan origine jusqu'au point de production, (Fig. 9).
- α_6 θ_p^* , angle de production du Λ dans le système du centre de masse, (Fig. 1).
- α_7 ϕ_p , angle azimutal du plan de production, (Fig. 9).
- α_8 longueur de la trace du Λ , (Fig. 9).

- α_9 Φ_d^* , angle de désintégration du proton dans le système de repos du Λ , (Fig. 2).
- α_{10} Φ_d , angle azimutal du plan de désintégration du Λ par rapport au plan de production, (Fig. 2).
- α_{11} coordonnée x du premier point de diffusion du proton.
- α_{12} pente de la première diffusion dans le plan vertical.
- α_{13} pente de la première diffusion dans le plan horizontal.
- α_{14} coordonnée x du second point de diffusion.
- α_{15} pente de la seconde diffusion dans le plan vertical.
- α_{16} pente de la seconde diffusion dans le plan horizontal.

Les paramètres α_{11} à α_{16} proviennent des ajustements faits précédemment.

L'ajustement se fait de la même façon qu'au § III.4.2. Cependant, le grand nombre de paramètres utilisés pour ajuster un événement, impose de pouvoir définir des valeurs initiales aussi proches que possible des valeurs finales, cela pour éviter qu'un trop grand nombre d'itérations soit nécessaire, ou que l'on arrive à un second minimum de la fonction χ^2 qui soit moins favorable que le vrai minimum.

Cet ajustement n'utilise pas les traces du proton diffusé puisque l'on ne sait pas si la diffusion est élastique ou non.

Les valeurs initiales des quatre paramètres définissant le pion incident sont celles provenant des premiers ajustements, (§ III.4.2).

Le calcul des valeurs initiales des paramètres α_5 à α_{10} est fait en partant de l'hypothèse que l'événement photographié représente la production et la désintégration d'un Λ .

On connaît donc les masses des particules, la grandeur et la direction de l'impulsion du faisceau, les directions des impulsions du pion et du proton de désintégration et les coordonnées du point de désintégration. Il n'est pas possible de calculer l'énergie du proton à partir de la mesure de son parcours dans les chambres de diffusion, puisqu'il se peut que la diffusion ne soit pas élastique.

La conservation de l'impulsion au niveau de la désintégration nous permet d'écrire :

$$\vec{P}_\Lambda = \vec{P}_{pd} + \vec{P}_{\pi d}$$

On forme alors la relation

$$\vec{P}_\pi \cdot \vec{P}_\Lambda - \vec{P}_\pi \cdot \vec{P}_{pd} - \vec{P}_\pi \cdot \vec{P}_{\pi d} = \vec{P}_\pi \cdot (\vec{P}_\Lambda - \vec{P}_{pd} - \vec{P}_{\pi d}) = 0 \quad \text{III.10)}$$

On peut écrire III.10) en fonction de p_{pd} et des angles $\theta_{\pi, \pi d}$, $\theta_{\pi, pd}$ et $\theta_{\pi d, pd}$ que l'on peut mesurer aisément, (Fig. 8).

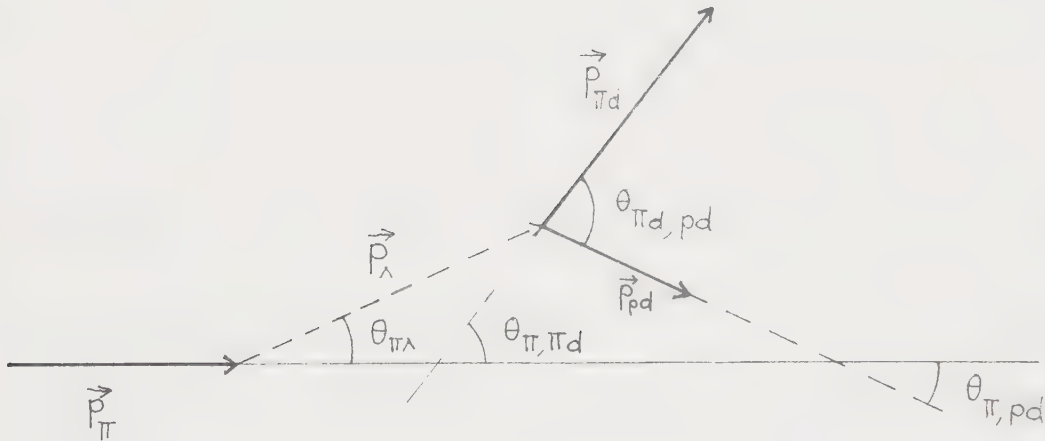


Fig. 8 Angles utilisés dans le calcul des grandeurs possibles de l'impulsion du proton de désintégration.

Tout d'abord, le produit scalaire invariant des quadrivecteurs $(E_{\pi d}, \vec{P}_{\pi d})$ et $(E_{pd}, \vec{P}_{pd})$ nous donne :

$$E_{\pi d} E_{pd} - P_{\pi d} P_{pd} \cos \theta_{\pi d, pd} = \frac{1}{2} (m_\Lambda^2 - m_p^2 - m_\pi^2) = K \quad \text{III.11)}$$

De III.11) on explicite $p_{\pi d}$ en fonction de p_{pd}

$$p_{\pi d} = \frac{k p_{pd} \cos \theta_{\pi d, pd} \pm E_{pd} [k^2 - m_p^2 (m_p^2 + p_{pd}^2 \sin^2 \theta_{\pi d, pd})]^{1/2}}{m_p^2 + p_{pd}^2 \sin^2 \theta_{\pi d, pd}} \quad \text{III.12)}$$

Ensuite, les transformations du centre de masse de production au laboratoire nous permet d'écrire le produit scalaire

$$\vec{p}_{\pi} \cdot \vec{p}_{\Lambda} = E_{\pi} E_{\Lambda} - E_{\Lambda}^* \sqrt{s} = p_{\pi} p_{\Lambda} \cos \theta_{\pi \Lambda} \quad \text{III.13)}$$

E_T est l'énergie totale dans le laboratoire.

E_{Λ}^* est l'énergie du Λ dans le centre de masse de production. Elle est donnée par la cinématique.

s est l'énergie totale dans le centre de masse.

E_{Λ} est l'énergie du Λ dans le laboratoire. Elle peut s'écrire en fonction de $E_{\pi d}$ et E_{pd} , donc en fonction de p_{pd} .

L'expression III.10) devient alors :

$$f(p_{pd}) = E_T E_{\Lambda} - E_{\Lambda}^* \sqrt{s} - p_{\pi} (p_{pd} \cos \theta_{\pi, pd} + p_{\pi d} \cos \theta_{\pi, \pi d}) = 0$$

Cette fonction présente généralement trois solutions pour une impulsion du proton réelle et positive. Cependant, l'analyse d'événements simulés par Monte-Carlo et dont on connaît les paramètres α_i montre que, dans le 98% des cas, le résultat correct correspond à la valeur la plus élevée de p_{pd} . C'est cette valeur qui est utilisée dans le calcul des α_i initiaux.

Une fois la valeur de p_{pd} définie, les paramètres α_6 (angle de production) et α_9 (angle de désintégration) sont calculés à partir de la cinématique.

On obtient :

$$\cos \theta_p^* = \frac{E_{\Lambda} \sqrt{s} - E_T E_{\Lambda}^*}{p_{\pi} p_{\Lambda}^*}$$

$$\cos \varphi_d^* = - \frac{E_p m_{\Lambda} - E_{\Lambda} E_p^*}{p_{\Lambda} p_{pd}^*}$$

d'où l'on tire

$$\alpha_6 = \arctg \left(\frac{|\sin \theta_p^*|}{\cos \theta_p^*} \right)$$

$$\alpha_9 = \arctg \left(\frac{|\sin \varphi_d^*|}{\cos \varphi_d^*} \right)$$

La direction de l'impulsion du Λ est définie par un vecteur

$$\vec{d}_\Lambda = (1; (\Delta y / \Delta x)_\Lambda; (\Delta z / \Delta x)_\Lambda)$$

Les composantes de ce vecteur sont calculées en définissant tout d'abord le plan de production par deux vecteurs unités :

- $\hat{A}$ le long du faisceau incident,
- $\hat{B}$ le long d'une droite perpendiculaire au faisceau et passant par le point de désintégration.

Le vecteur $\vec{d}_\Lambda$ est compris dans le plan $(\hat{A}, \hat{B})$ et en écrivant

$$a = p_\Lambda \cos \theta_{\pi\Lambda}$$

$$a^* = p_\Lambda^* \sin \theta_p^*,$$

on obtient :

$$d_{\Lambda x} = \frac{a A_x + a^* B_x}{a A_x + a^* B_x} = 1$$

$$d_{\Lambda y} = \frac{a A_y + a^* B_y}{a A_x + a^* B_x} = \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right)_\Lambda$$

$$d_{\Lambda z} = \frac{a A_z + a^* B_z}{a A_x + a^* B_x} = \left(\frac{\Delta z}{\Delta x} \right)_\Lambda$$

La grandeur a vient de III.13); a^* représente la grandeur de l'impulsion transverse du Λ définie dans la Fig. 1.

Le point de désintégration étant connu, le point de production est déterminé par l'intersection de la trace du faisceau et de la trace du Λ .

On calcule ensuite α_5 , distance le long du faisceau séparant le point de production du plan origine et α_8 , longueur de la trace du Λ .

Les paramètres α_7 et α_{10} (angles azimutaux de production et de désintégration) sont calculés de la façon suivante :

Considérons la Fig. 9

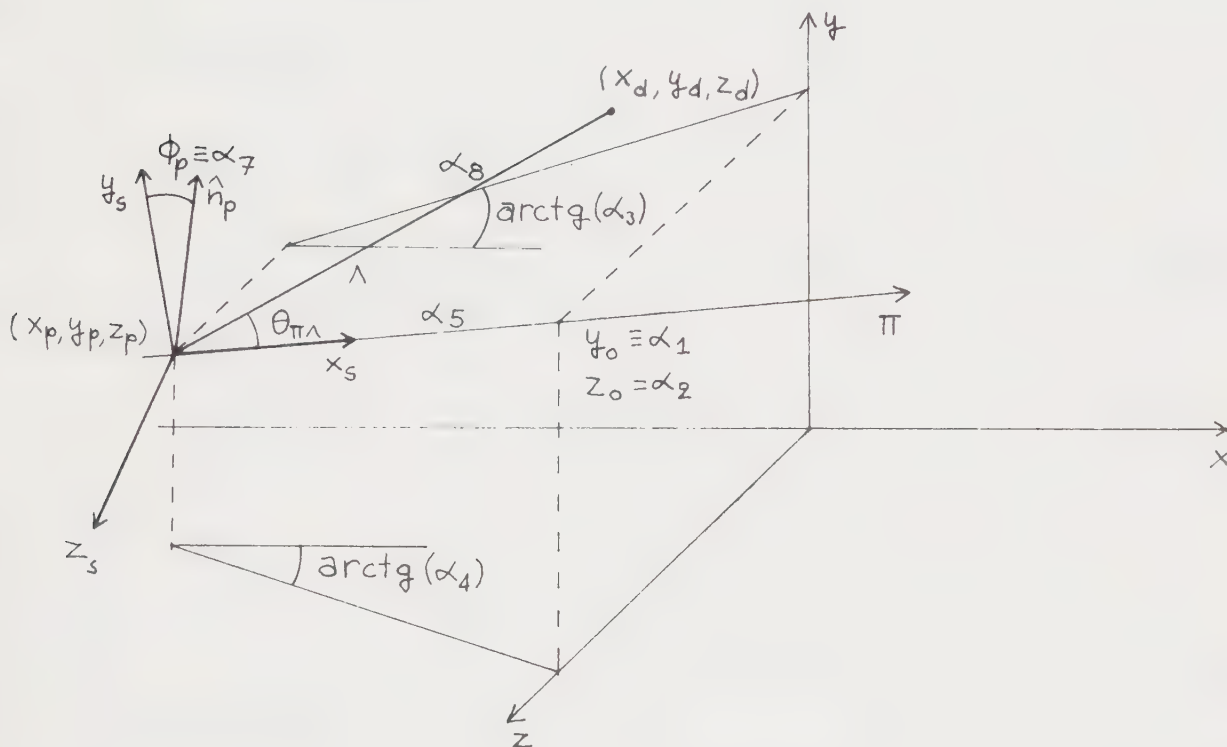


Fig. 9 Définition des paramètres α_{1-5} ; α_{7-8} .

(x, y, z) est le système fixe, F, du laboratoire.

(x_s, y_s, z_s) est un système mobile, S, auquel on fait suivre les traces de l'événement. Il est défini par les cosinus directeurs que font chacun de ses axes avec ceux de F.

Au début du calcul, S est situé dans le plan origine et ses axes sont parallèles à ceux de F.

On lui fait subir une translation pour le placer au point de production (x_p, y_p, z_p).

Une première rotation autour de y_s rend x_s parallèle à la trace du faisceau dans le plan horizontal; une seconde rotation autour de z_s amène x_s le long de la trace du faisceau, (Fig. 9).

Pour placer x_s le long de la trace du Λ , on tourne autour de cet axe jusqu'à ce que z_s soit confondu avec la projection du Λ dans le plan (y_s, z_s); le nouvel y_s est alors normal au plan de production et cette rotation définit $\phi_p \equiv \alpha_7$. On tourne ensuite autour du nouvel y_s jusqu'à ce que x_s soit le long du Λ ; on obtient ainsi l'angle $\theta_{\pi\Lambda}$.

Une translation le long du Λ place S au point de désintégration et le même jeu de rotations permet de calculer les angles $\phi_d \equiv \alpha_{10}$ et $\theta_{\Lambda p}$.

Cette procédure permet de connaître les cosinus directeurs de chaque trace et de chaque normale par rapport au système fixe, tout au long des calculs.

Les dix paramètres α_i une fois calculés permettent de définir complètement un événement dans l'espace (diffusion non comprise). En effet :

- $\alpha_1 - \alpha_4$ donnent la direction du faisceau.
- α_5 donne le point de production.
- $\alpha_6 - \alpha_7$ donne la direction du Λ et son énergie dans le laboratoire (α_6).
- α_8 donne le point de désintégration.
- $\alpha_9 - \alpha_{10}$ donnent la direction du proton et son énergie dans le laboratoire (α_9).

Les impulsions du Λ et du proton étant définies, on peut calculer celle du pion.

Il est donc possible de calculer les projections des traces de l'événement, $k_i(\vec{x}_0)$ dans l'expression III.4), et de définir les corrections $\delta\alpha_k$ à apporter aux paramètres α_k .

On considère qu'un événement n'a pas convergé si le nombre d'itérations dépasse 10. L'événement converge si la valeur $|\delta\chi^2|$ de l'expression III.4.2) est inférieure à 1/2.

Le nombre moyen d'itérations est de quatre et les valeurs finales des α_k diffèrent peu des valeurs initiales.

L'efficacité de cette méthode d'ajustement a été testée au moyen d'événements artificiels. Tous les événements soumis à l'analyse ont convergés et les valeurs des α_k calculés, pour la plus grande énergie possible du proton, étaient toutes compatibles avec les valeurs des événements simulés.

Le nombre total d'événements reconstruits est de 46878. De ces événements, 40784 ont convergé, soit le 87% du total.

Cette méthode d'analyse présente cependant un léger désavantage. En effet, le temps de machine total (CDC 6600) nécessaire à la reconstruction d'un événement est long, toutes proportions gardées, puisqu'il atteint deux secondes en moyenne.

IV ANALYSE

IV.1 Polarisation du Λ .

Rappelons tout d'abord que le vecteur de polarisation s'écrit, (CH II, § II.3)

$$\vec{P}_{\Lambda} = \hat{n}_p \cdot \frac{2 \operatorname{Re}(f^*g)}{|f|^2 + |g|^2} \quad \text{II.19)}$$

où $\hat{n}_p$ est la normale au plan de production (Fig. 1 et relation II.17)) et f et g sont les contributions à l'onde diffusée définies par les relations II.8) et II.9).

La grandeur de la polarisation P_{Λ} est fonction de l'angle de production θ_p^* à travers les grandeurs f et g .

D'autre part, la distribution angulaire du proton de désintégration s'écrit (CH II, § II.3)

$$\frac{dN}{d(\cos \theta_d^*)} = 1 + \alpha P_{\Lambda} \cos \theta_d^* \quad \text{II.23)}$$

où le paramètre α est défini en II.22) et θ_d^* est l'angle de désintégration du proton (Fig. 2).

Le paramètre α étant différent de zéro ($\alpha = .675 \pm .016$ (Réf 6)), la relation II.23) nous permet de mesurer la grandeur P_{Λ} et d'étudier sa variation en fonction de l'angle θ_p^* de production.

On peut ensuite, partant de la relation II.19) calculer quelles sont les amplitudes de diffusion qui ont contribué à la polarisation.

Le système de coordonnées et les différents paramètres utilisés lors de la détermination de la polarisation sont indiqués dans la Fig. 2.

IV.1.1 Analyse numérique.

La méthode d'analyse utilisée est celle du maximum de vraisemblance, (Réf 8, 9 et 10).

Considérons une fonction $f(\vec{a}, x_i)$ où $\vec{a} = a_1, \dots, a_n$, sont les paramètres à déterminer et x_i est la variable mesurée.

La fonction de probabilité, ou fonction de vraisemblance est

$$L(\vec{a}) = \prod_{i=1}^N \frac{f(\vec{a}, x_i)}{\int_{x_{0i}}^{x_{1i}} f(\vec{a}, t) dt} \quad \text{IV.1)}$$

N est le nombre d'événements.

x_{0i} , x_{1i} sont les limites expérimentales définissant le domaine de la variable x_i .

La méthode consiste à chercher pour quelles valeurs de $\vec{a}$, cette fonction est maximum.

Pour plus de commodité, on utilise le logarithme de cette fonction et l'en écrit :

$$w(\vec{a}) = \ln L(\vec{a}) = \sum_{i=1}^N \ln \frac{f(\vec{a}, x_i)}{\int_{x_{0i}}^{x_{1i}} f(\vec{a}, t) dt} \quad \text{IV.2)}$$

La condition de maximum revient à dériver IV.2) par rapport aux paramètres $\vec{a}$ et à annuler ces dérivées. On obtient ainsi n équations à n inconnues ($a_1, \dots, a_n$) ce qui permet de calculer celles-là.

Le problème est donc simple, si la fonction $w(\vec{a})$ est linéaire en les paramètres $\vec{a}$.

Si ce n'est pas le cas, la fonction $w(\vec{a})$ peut toujours se développer en série de Taylor. Les termes du second ordre sont négligés.

$$w(\vec{a}_0) = w(\vec{a}) + \sum_{j=1}^n (a_j - a_{0j}) \frac{\partial w(\vec{a})}{\partial a_j} + \dots \quad \text{IV.3)}$$

$\vec{a}_0$ sont les paramètres finaux.

$\vec{a}$ sont les paramètres initiaux.

En dérivant IV.3) par rapport aux a_k , on obtient :

$$\frac{\partial w(\vec{a}_0)}{\partial a_k} = \frac{\partial w(\vec{a})}{\partial a_k} \bigg|_{\vec{a}=\vec{a}_0} + \sum_{j=1}^n (a_j - a_{0j}) \frac{\partial^2 w(\vec{a})}{\partial a_k \partial a_j} \quad \text{IV.4)}$$

Le premier terme de ce développement est nul puisque pour $\vec{a} = \vec{a}_0$ on se trouve précisément au maximum de la fonction $w(\vec{a})$.

On obtient donc en définitive n équations de la forme

$$\frac{\partial w(\vec{a}_0)}{\partial a_k} = \sum_{j=1}^n (a_j - a_{0j}) \frac{\partial^2 w(\vec{a})}{\partial a_k \partial a_j} ; \quad k = 1, n \quad \text{IV.5)}$$

Ces n équations peuvent se mettre sous la forme matricielle

$$(B) = (A)(\vec{a} - \vec{a}_0)$$

d'où

IV.6)

$$(\vec{a} - \vec{a}_0) = (A)^{-1} (B)$$

On peut donc procéder par itérations en se donnant des paramètres initiaux $\vec{a}$. On arrête les itérations lorsque

$$Q = \sum_{j=1}^n (B)_j (a_j - a_{0j}) \quad \text{IV.7)}$$

est plus petit qu'une certaine valeur.

Considérons une fonction $w(b)$ où b est un paramètre unique. L'accroissement Δw de la fonction $w(b)$ lorsque b passe de b à $b + \Delta b$ est égale à

$$\Delta w = \Delta b \frac{dw}{db} \quad \text{IV.8)}$$

La différence entre la valeur maximum de $w(b)$ et la valeur de $w(b)$ lorsque $b = b_0 \pm \sqrt{b_0}$, $\sqrt{b_0}$ étant l'erreur commise sur b_0 , est égale à $1/2$.

On peut donc arrêter le calcul de b_0 lorsque Δw est raisonnablement plus petit que $1/2$. Ceci justifie la relation IV.7). Pratiquement, on arrête l'itération lorsque $|u| \leq .02$.

Le nombre total d'itérations est volontairement limité à 10. En fait, lorsque les valeurs initiales sont correctement choisies, ce nombre dépasse rarement 3.

Les erreurs $\sqrt{a_i}$ sur les paramètres a_i sont égales aux racines carrées des éléments diagonaux de la matrice $(A)^{-1}$; (Réf 8, page 13).

IV.1.2 Calcul de la polarisation.

Compte tenu de la relation II.23) décrivant la distribution angulaire du proton de désintégration, la densité de probabilité pour un événement s'écrit :

$$\frac{(1 + \alpha p_n \cos \theta_d^*) \mathcal{E}(\cos \theta_d^*)}{\int_{-1}^{+1} (1 + \alpha p_n \cos \theta_d^*) \mathcal{E}(\cos \theta_d^*) d(\cos \theta_d^*)} \quad \text{IV.9)}$$

$\mathcal{E}(\cos \theta_d^*)$ est la fonction d'efficacité de notre appareil.

La fonction de vraisemblance s'écrit alors :

$$\mathcal{L}(\alpha p_n) = \prod_{i=1}^N (1 + \alpha p_n \cos \theta_{di}^*) \mathcal{E}(\cos \theta_{di}^*) h(\alpha p_n) \quad \text{IV.10)}$$

où

$$h^{-1}(\alpha p_n) = \int_{-1}^{+1} \mathcal{E}(\cos \theta_d^*) d(\cos \theta_d^*) + \alpha p_n \int_{-1}^{+1} \mathcal{E}(\cos \theta_d^*) \cos \theta_d^* d(\cos \theta_d^*)$$

Nous aimerions montrer que la fonction $\varepsilon(\cos \theta_d^*)$ est une fonction paire et qu'elle est de plus indépendante de α_{p_Λ} . Cela nous permettra de calculer les valeurs de α_{p_Λ} sans connaître la forme exacte de la fonction $\varepsilon(\cos \theta_d^*)$.

Cette fonction n'est pas constante, mais l'appareil a été conçu de façon qu'elle soit au-moins symétrique par rapport à $\cos \theta_d^*$.

Tout d'abord, pour un proton se désintégrant exactement le long de la ligne de vol du Λ ($\theta_d^* = \pm \pi/2$), l'efficacité est nulle puisque proton et pion passeront à travers le trou des compteurs π .

D'autre part, si le proton se désintègre perpendiculairement à la ligne de vol du Λ ($\theta_d^* = 0, \pi$), l'énergie du pion dans le laboratoire sera grande et l'événement sera rejeté par le compteur $\pi 2$.

Il suffit que les compteurs situés après la chambre de désintégration aient des efficacités symétriques par rapport au faisceau pour que l'on puisse dire, avec les hypothèses faites ci-dessus, que la fonction $\varepsilon(\cos \theta_d^*)$ est paire. Cette dernière condition étant satisfaite (Réf 6), on peut écrire :

$$\varepsilon(\cos \theta_d^*) = \varepsilon(-\cos \theta_d^*) \quad \text{IV.11)}$$

On peut montrer enfin que notre géométrie n'introduit pas de biais dans le calcul de α_{p_Λ} ou encore que l'efficacité $\varepsilon(\cos \theta_d^*)$ n'est pas fonction de α_{p_Λ} .

Nous avons représenté sur la Fig. 10 deux configurations d'événements mettant en évidence cette indépendance.

Dans la configuration I, le proton p_1 est émis dans la direction négative de la normale $\hat{n}_p$ au plan de production; il est accepté puisqu'il passe par le trou des compteurs π . Le proton p_2 , lui, est refusé; il passe hors du trou des compteurs π . Notre appareil introduirait un biais dans le calcul de α_{p_Λ} si la situation inverse ne pouvait se produire. La configuration II, aussi probable que I puisque le faisceau est centré sur les compteurs, montre que l'on compense le biais instrumental puisque, cette fois, le proton p_2 émis dans la direction négative de $\hat{n}_p$ est refusé, tandis que son collègue p_1 est accepté.

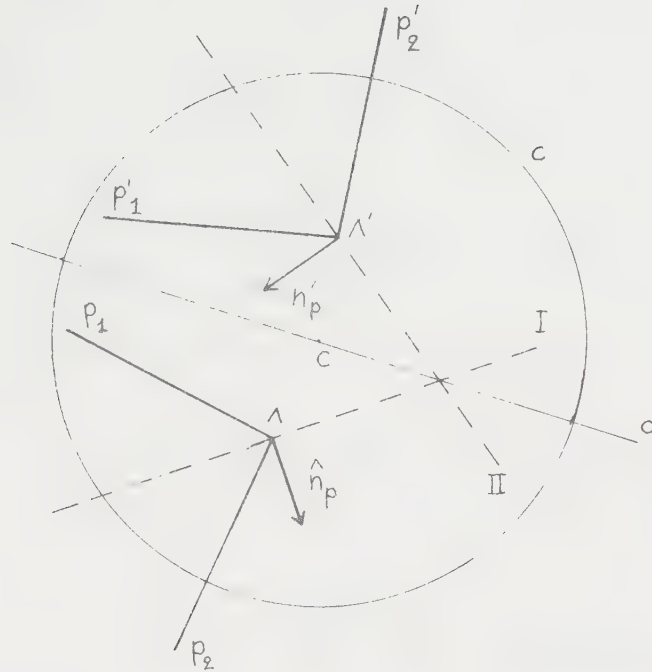


Fig. 10 Indépendance de α_P par rapport à la géométrie.

Les droites I et II sont les intersections des plans de production et du plan des compteurs de deux événements symétriques par rapport à la droite d. C est le centre des compteurs et c figure la limite inférieure des compteurs II.

Si les différentes conditions décrites ci-dessus sont vraies, le facteur $k_0(\alpha_P)$ de IV.10) s'écrit:

$$k_0^{-1} = \int_{-1}^{+1} \varepsilon(\cos \theta_d^*) d(\cos \theta_d^*) \quad \text{IV.12)}$$

puisque la fonction $\varepsilon(\cos \theta_d^*)$ est paire.

Le facteur k_0 est donc une constante indépendante de α_P .

Pour mettre en évidence la façon dont P_λ est fonction de l'angle θ_p^* de production, nous avons divisé notre échantillon en plusieurs groupes d'événements. Chacun de ces groupes comprend les événements ayant un $\cos \theta_p^*$ compris dans un intervalle donné. Nous avons ensuite calculé, en utilisant les relations IV.14), la valeur de αP_λ du groupe considéré. Les Fig. 13', 14 et 15 et le Tab. A1 résument les résultats de ces calculs.

La méthode décrite au § IV.1.1 demande de connaître uniquement les dérivées première et seconde du logarithme de la fonction de vraisemblance.

En reprenant l'expression IV.10) et compte tenu de IV.11) on peut écrire :

$$w(\alpha P_\lambda) = \ln L(\alpha P_\lambda) = \sum_{i=1}^N \ln(1 + \alpha P_\lambda \cos \theta_{di}^*)$$

IV.13)

$$+ \sum_{i=1}^N \ln[\varepsilon(\cos \theta_{di}^*) \pi_0]$$

et

$$\frac{dw}{d(\alpha P_\lambda)} = \sum_{i=1}^N \frac{\cos \theta_{di}^*}{1 + \alpha P_\lambda \cos \theta_{di}^*}$$

IV.14)

$$\frac{d^2 w}{d(\alpha P_\lambda)^2} = - \sum_{i=1}^N \frac{\cos^2 \theta_{di}^*}{(1 + \alpha P_\lambda \cos \theta_{di}^*)^2}$$

La seconde somme de IV.13) ne figure plus dans les expressions IV.14) puisqu'elle n'est pas fonction de αP_λ . Il est donc inutile de connaître la forme de la fonction $\varepsilon(\cos \theta_d^*)$. La vérification expérimentale des hypothèses faites pour ces calculs est présentée au § IV.2.3.

A part le calcul de $\alpha P_{\hat{n}}$ par intervalles, décrit ci-dessus, nous avons défini une forme analytique de la fonction $\alpha P_{\hat{n}}(\cos \theta_p^*)$. Cela a permis d'introduire d'une façon simple les valeurs de $\alpha P_{\hat{n}}$ dans le calcul de β , (relation II.27).

La forme analytique choisie est une superposition des fonctions associées de Legendre

$$\alpha P_{\hat{n}} = \alpha \cdot \sum_{\ell=1}^m b_{\ell} P_{\ell}^1(\cos \theta_p^*) \quad \text{IV.15)}$$

L'expression IV.10) devient alors :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(b_1 \dots b_m) = \prod_{i=1}^N [1 + \alpha \cos \theta_{d_i}^* \sum_{\ell=1}^m b_{\ell} P_{\ell}^1(\cos \theta_{p_i}^*) \\ \cdot \varepsilon(\cos \theta_{d_i}^*) \cdot \pi_0] \end{aligned} \quad \text{IV.16)}$$

Le calcul se poursuit en utilisant la même méthode que pour le calcul par intervalles. Le paramètre $\alpha P_{\hat{n}}$ est défini cette fois à partir de l'échantillon entier par le calcul des paramètres b_{ℓ} .

Les valeurs de ces paramètres figurent dans le Tab. A2, de l'annexe A.

IV.2 Résultats expérimentaux.

IV.2.1 Classes d'événements analysés.

L'échantillon total est divisé en six classes différenciées par la valeur de l'impulsion du pion incident. Le Tab. 2 indique le nombre d'événements contenus dans chaque classe.

Impulsions GeV/c	0.95	1.00	1.03	1.06	1.09	1.12
Nombre d'événements	223	492	20599	5302	84	960

Tab. 2

Le nombre d'événements indiqué dans chaque classe correspond aux événements ayant passé les tests décrits au § IV.2.2. Il existe une grande disproportion quant au nombre d'événements contenus dans chaque classe.

Des séries de mesure ont été enregistrées pour des impulsions inférieures à .890 GeV/c, seuil de la réaction $\pi + p \rightarrow \Lambda + \pi^0$, cela pour s'assurer que l'appareillage était apte à discerner des Λ .

Les mesures aux impulsions supérieures à celle du seuil ont permis de vérifier que le taux de bons événements était maximum aux environs de 1.06 GeV/c. Cette impulsion correspond au maximum de la section efficace totale de production. Il n'existait pas, à l'époque, de données expérimentales concernant la polarisation du Λ à cette impulsion; par contre, le groupe disposait de mesures à 1.03 GeV/c, (Réf 12), montrant qu'à cette impulsion, la polarisation était grande et partout positive ce qui l'a décidé à travailler principalement à cette impulsion.

IV.2.2 Tests sur les événements.

L'échantillon que l'on utilise lors du calcul du paramètre χ^2_{Λ} doit être aussi pur que possible. Il ne suffit donc pas que l'événement ait pu être reconstruit, il faut encore qu'il obéisse à certains critères géométriques et cinématiques. On teste chaque événement au moyen des grandeurs suivantes :

- χ^2/D , où la valeur du χ^2 est celle obtenue lors de la dernière itération de l'ajustement global (§ III.4.3); D est le nombre de degrés de liberté pour l'événement considéré.
- x_p , la coordonnée x du point de production.
- x_d , la coordonnée x du point de désintégration.
- $T_{\pi d}$, l'énergie cinétique du pion de désintégration.
- $\Delta E/\tau_{\pi d}$, l'inélasticité relative du proton de désintégration. Cette inélasticité est la différence entre l'énergie calculée du proton de désintégration et son énergie mesurée à partir de son parcours dans les chambres de diffusion. Compte non tenu des erreurs, cette quantité devrait toujours être positive.

La coupure en χ^2/D (Fig. 11 a) est faite à 2.7. Pour un nombre moyen de degrés de liberté $D = 18$, cela nous donne une probabilité du χ^2 maximum de l'ordre de 0.1%. La valeur moyenne de χ^2/D est de 1.35 et la probabilité de ce χ^2 est de l'ordre de 20%.

Les coupures en x_p (Fig. 11 b) dépassent les limites de la cible. On tient compte ainsi du fait que l'erreur commise sur la détermination du point de production est grande, car les Λ , dans le laboratoire, font des angles petits avec le faisceau.

La coupure en x_d (Fig. 11c) est placée avant le début de la chambre de désintégration. Les Λ peuvent en effet se désintégrer avant celle-ci. Les Λ qui se désintègrent dans les deux derniers interplaques de la chambre ne sont pas mesurés, les erreurs de reconstruction étant alors trop grandes. Il est donc inutile de donner une limite supérieure à x_d .

On demande aussi que $x_d > x_p$.

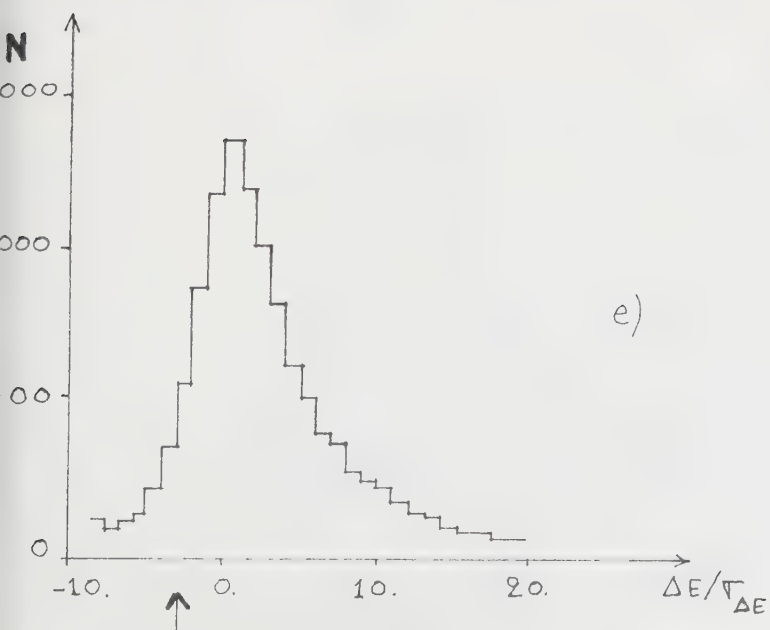
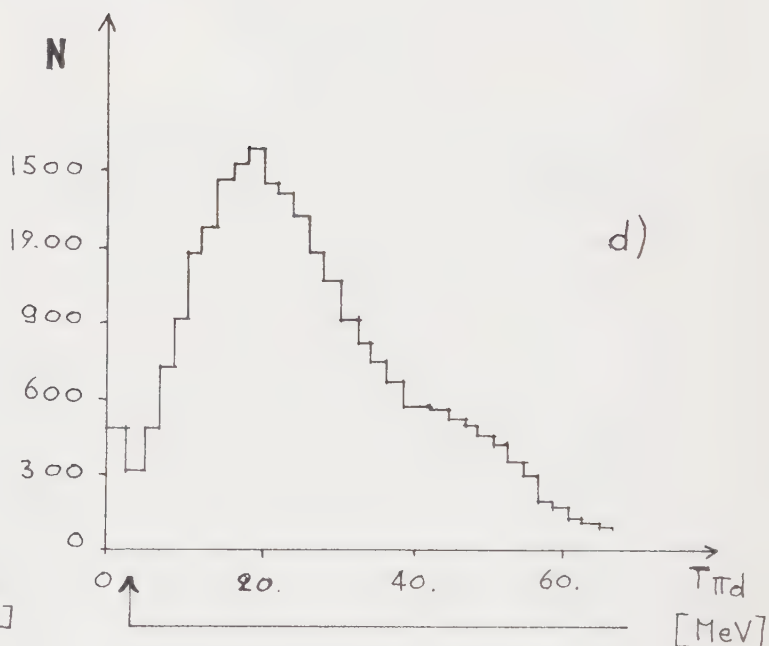
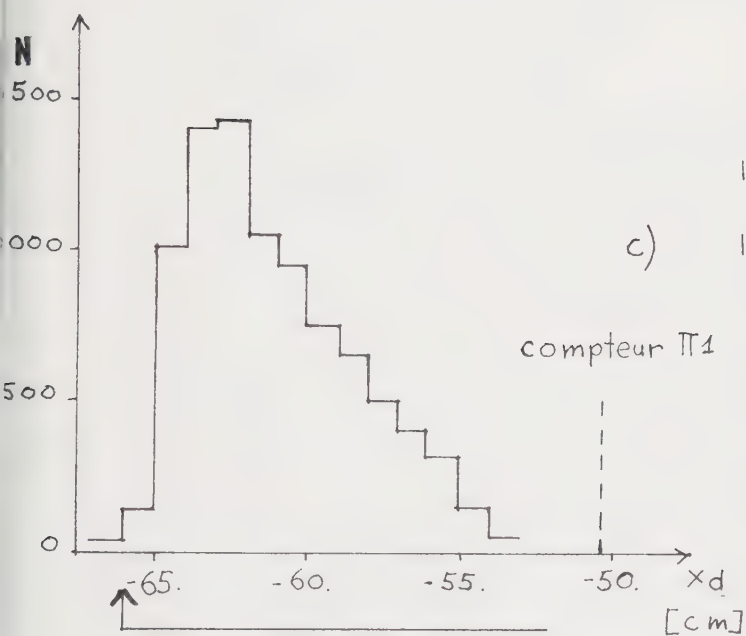
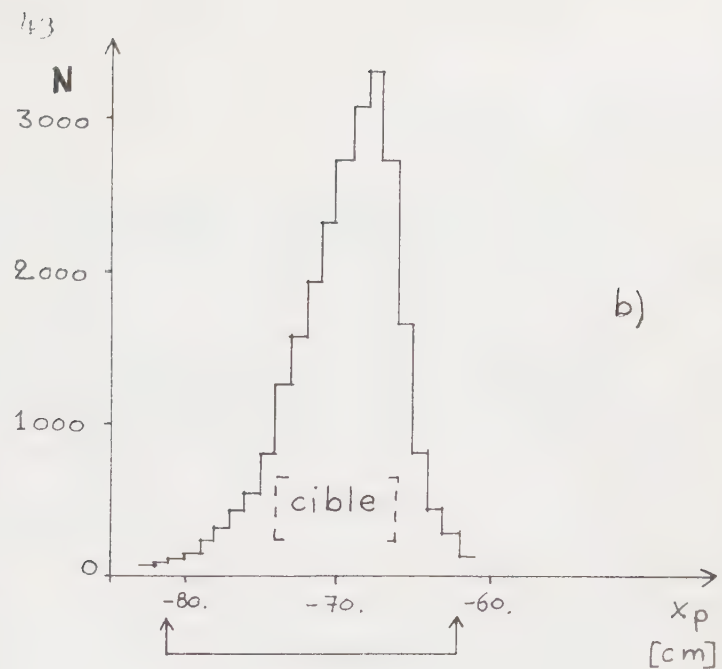
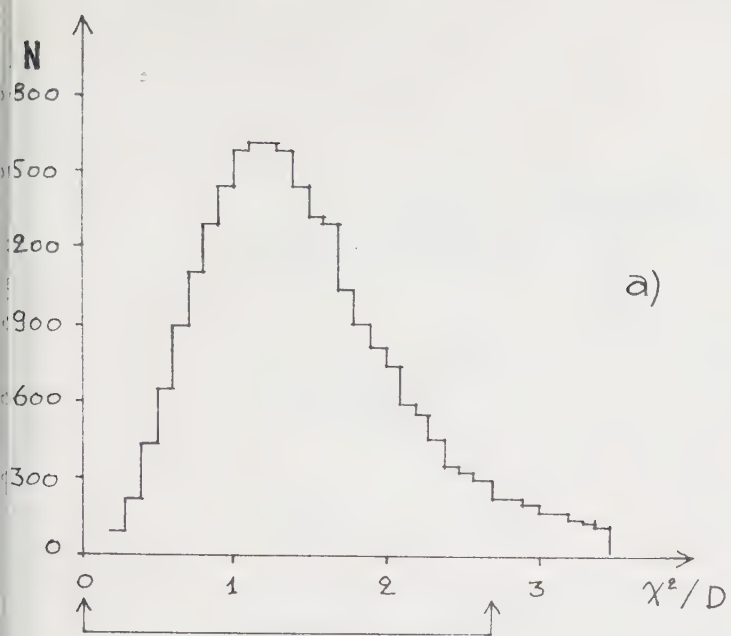


Fig. 11 Grandeurs utilisées pour les coupures.

Les lignes verticales indiquent entre quelles limites ces grandeurs sont admises.

N représente le nombre d'événements.

L'énergie minimum que doit avoir un pion pour atteindre le compteur π_1 est de 2 MeV. Cela explique la coupure sur π_d (Fig. 11 d).

La coupure sur l'inélasticité relative du proton est de trois déviations standards (Fig. 11 e). On ne fait pas de coupures sur $\Delta E/\sqrt{s_{\text{dE}}} > 0$, puisqu'une telle situation est physiquement possible.

Les pertes dues à ces coupures sont résumées dans le Tab. 3.

Nombre total d'événements	40784	en % du total	100.0
Événements analysés	27660		68.0
Événements rejetés	13124		32.0
Événements rejetés par χ^2/D seul	2636	en % des rejections	20.1
x_p	652		4.9
x_d	56		.4
$x_d > x_p$	33		.3
π_d	510		3.9
$\Delta E/\sqrt{s_{\text{dE}}}$	3912		29.8
Événements rejetés par plus d'un test	5325		40.6

Tab. 3 Pertes dues aux différentes coupures.

Ce tableau montre que l'on perd le tiers des événements reconstruits en leur appliquant ces coupures.

Le 40.6% de ces pertes est dû à une combinaison de plusieurs coupures.

La coupure en χ^2/D est seule responsable du 20% des pertes. On peut expliquer ce taux élevé soit par de mauvaises mesures, soit par le fait que les valeurs initiales des paramètres définissant un événement sont trop éloignées des vraies valeurs de ces paramètres. L'ajustement peut alors converger vers un second minimum donnant un χ^2 beaucoup plus élevé que le χ^2 du vrai minimum. La distribution du χ^2 montre, d'autre part, que les erreurs faites sur les étincelles sont quelque peu sous-estimées.

Si l'on admet des erreurs de mesure plus grandes, la situation s'améliore dans le cas de $\Delta E/\sqrt{\Delta E}$. En effet, en augmentant les erreurs de mesure, on augmente aussi l'erreur $\sqrt{\Delta E}$ et, cela fait, la Fig. 11 e) prendrait une allure plus avenante.

IV.2.3 Vérification des hypothèses faites à propos de l'efficacité.

Nous avons dit que la fonction $\mathcal{E}(\cos \theta_d^*)$ était une fonction paire, (§ IV.1.2). On peut vérifier cela en déterminant la valeur moyenne de la polarisation calculée à partir d'événements situés symétriquement autour du zéro de $\cos \theta_d^*$. Si la fonction d'efficacité est paire, les résultats de chaque calcul doivent être compatibles.

La Fig. 12 représente la distribution angulaire du proton de désintégration et les zones utilisées pour effectuer ces vérifications. Les événements figurant dans ce graphique sont ceux de la classe de 1.03 GeV/c.

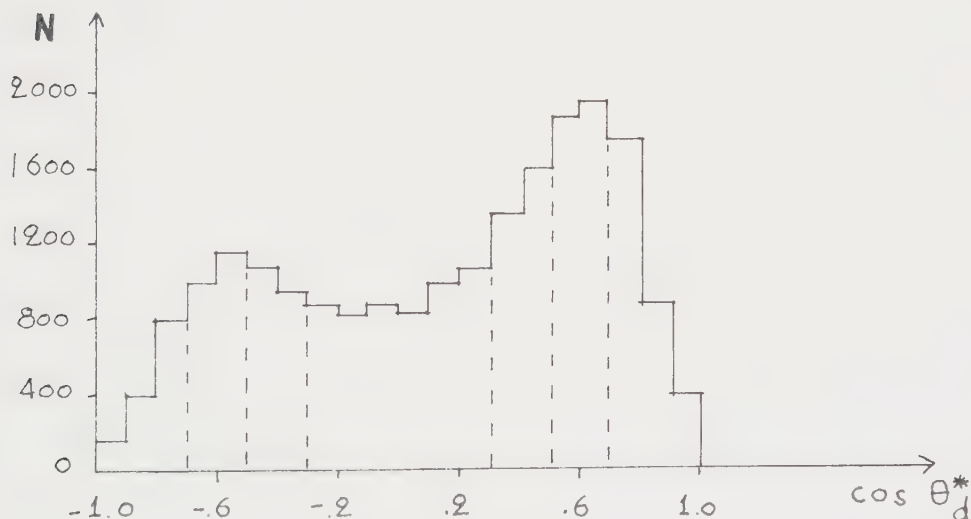


Fig. 12 . Distribution angulaire du proton de désintégration.
Les limites verticales séparent les zones utilisées pour tester les hypothèses d'efficacité

La Fig. 12 n'est pas symétrique par rapport à l'origine puisqu'elle représente le produit

$$(1 + \alpha \rho_n \cos \theta_d^*) \varepsilon(\cos \theta_d^*)$$

Les intervalles ont été choisis de façon qu'ils contiennent environ le même nombre d'événements chacun.

Le Tab. 4 contient les résultats de ce test.

$ \cos \theta_d^* $	0.-.30	.30-.50	.50-.70	.70-1.0	0.-1.0
Evénements	5414	4882	5923	4340	20559
$\alpha \bar{\rho}_n$	.402	.458	.465	.464	.462
Erreurs	$\pm .076$	$\pm .034$	$\pm .021$	$\pm .017$	$\pm .012$

Tab. 4

Le χ^2 obtenu à partir de ces résultats est de 0.671 ce qui correspond, avec trois degrés de liberté, à une probabilité d'environ 85%.

Nous concluons, au vu de ces résultats, que l'hypothèse d'une fonction d'efficacité paire est vérifiée et que, de ce fait, la relation IV.13) du § IV.1.2 est correcte.

IV.2.4 Homogénéité de l'échantillon.

Il s'agit de vérifier si la polarisation est sensible à certains paramètres par rapport auxquels elle devrait être constante.

Les valeurs utilisées pour cette vérification sont :

- a) La coordonnée x_p du point de production. Il est en effet intéressant de savoir dans quelle mesure les événements produits sur les bords de la cible ou dans le compteur F3 influencent α_p .
- b) La distance r_π séparant le point d'impact d'un pion avec le compteur $\pi 1$ et le centre de ce compteur. Cela nous permet de vérifier l'indépendance de la fonction $\xi(\cos \theta_\pi^*)$ par rapport à la géométrie, (voir Fig. 10). En effet, si le faisceau n'est pas centré par rapport aux compteurs, la démonstration faite alors n'est plus valable.
- c) L'angle azimutal Φ_p , (variable α_7 , § III.4.3). En effet, la polarisation est fonction de l'angle θ_p^* , mais doit rester constante quelle que soit la distribution de Φ_p .
- d) Nous avons choisi de plus une variable cinématique, l'énergie T_π du pion de désintégration. De nouveau, la polarisation doit être insensible à ce paramètre.

Nous avons effectué cette vérification en utilisant l'échantillon le plus important (1.03 GeV/c).

Nous avons divisé l'échantillon en deux, trois ou quatre classes par rapport à la variable utilisée. Pour chacune de ces classes, nous avons calculé les valeurs de α_p en fonction de $\cos \theta_p^*$. Si notre échantillon est homogène par rapport à la variable considérée, les valeurs de α_p calculées dans un même intervalle de $\cos \theta_p^*$ doivent être compatibles. Les Fig. 13 montrent les résultats obtenus pour ces vérifications. Il faut remarquer que les écarts les plus grands se situent toujours du côté des $\cos \theta_p^*$ négatifs. En fait nous n'avons dans cette région qu'une très faible statistique. Cela est dû au fait que notre appareil sélectionne les Λ de grande énergie, ayant donc un $\cos \theta_p^* > 0$ de préférence, (voir § II.4).

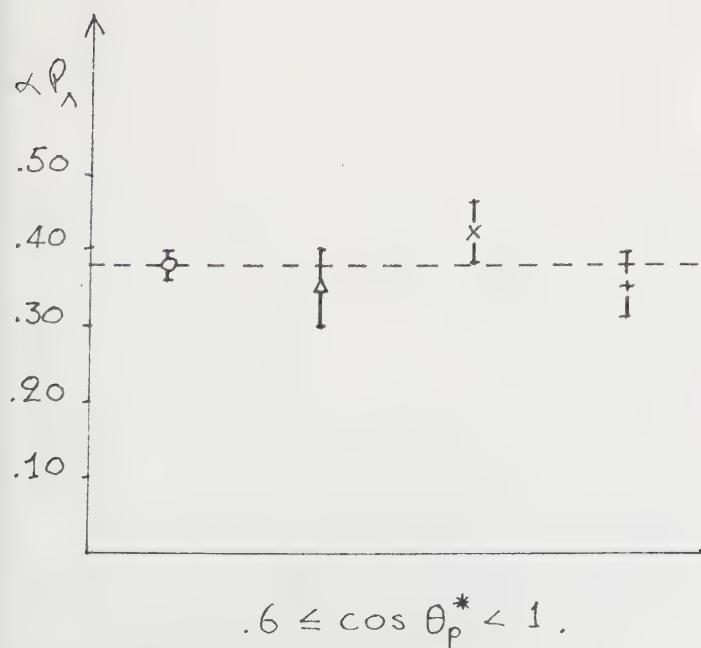
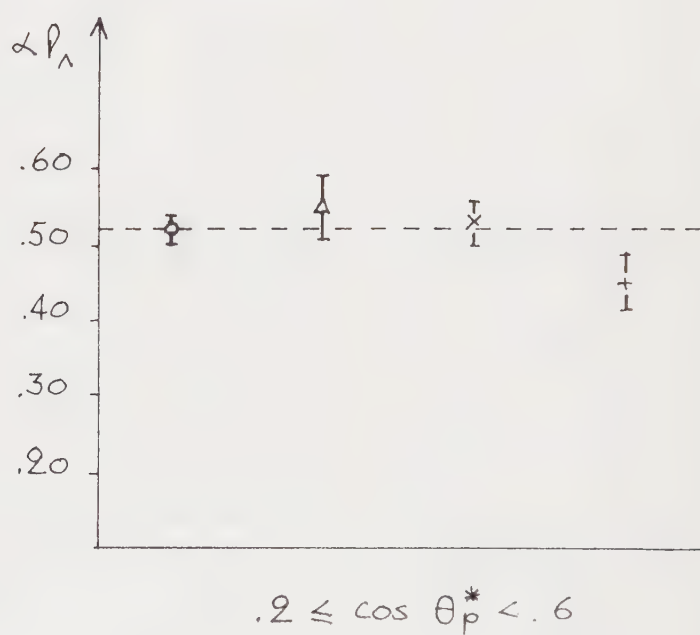
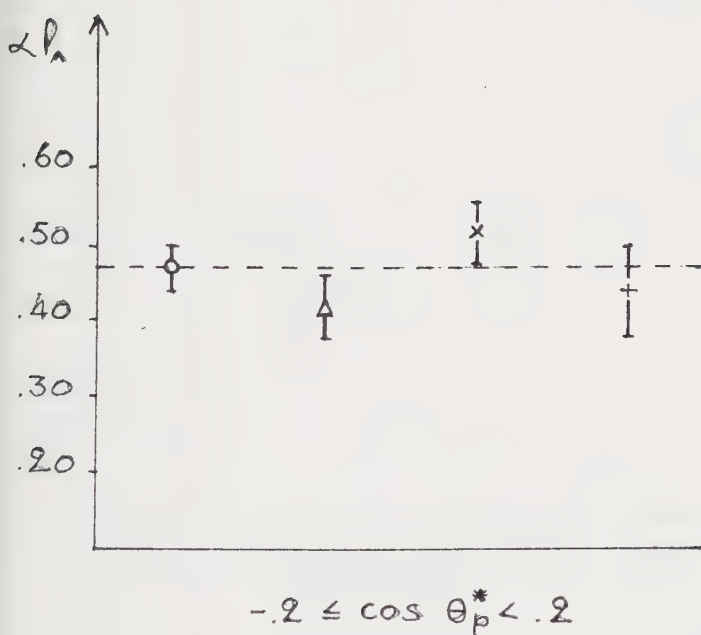
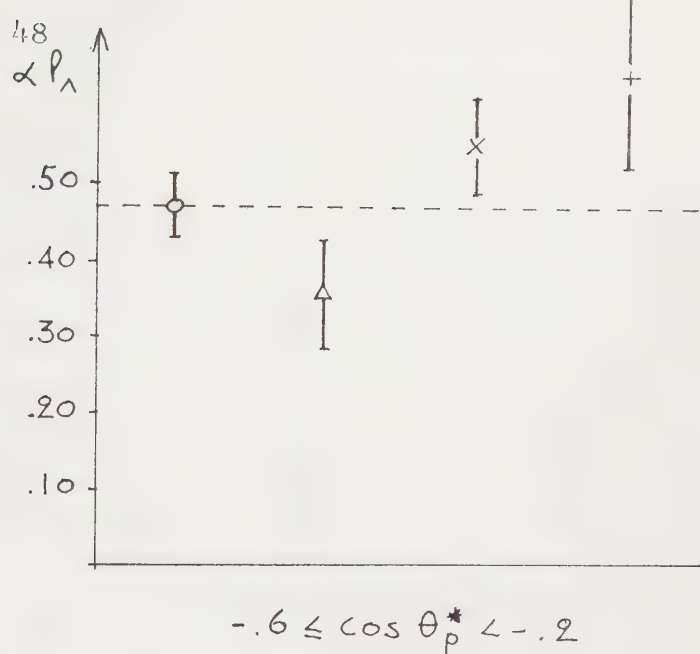
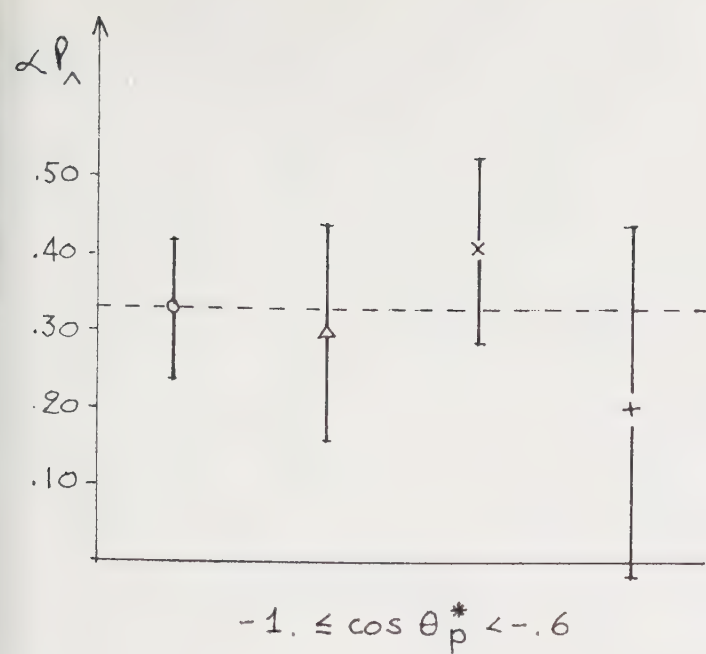


Fig. 13 a) Homogénéité en fonction du point de production

Le calcul de αp_λ , dans l'intervalle de $\cos \theta_p^*$ considéré, est effectué à partir d'événements provenant :

- Δ de la fin de la cible
- $\times$ du milieu de la cible
- $+$ du début de la cible.
- $\circ$ tous les événements

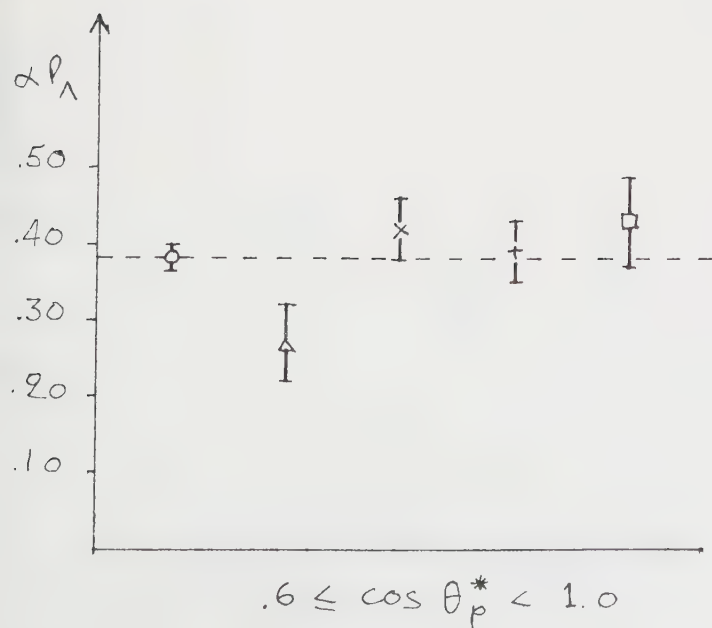
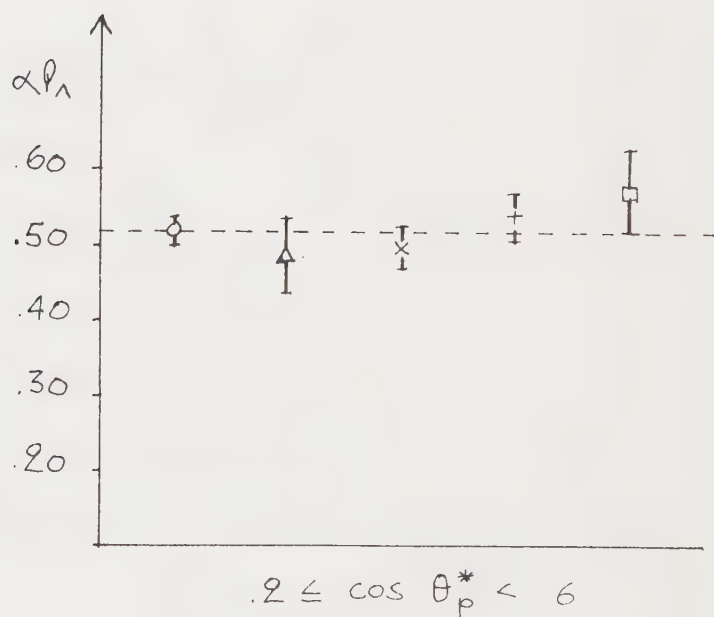
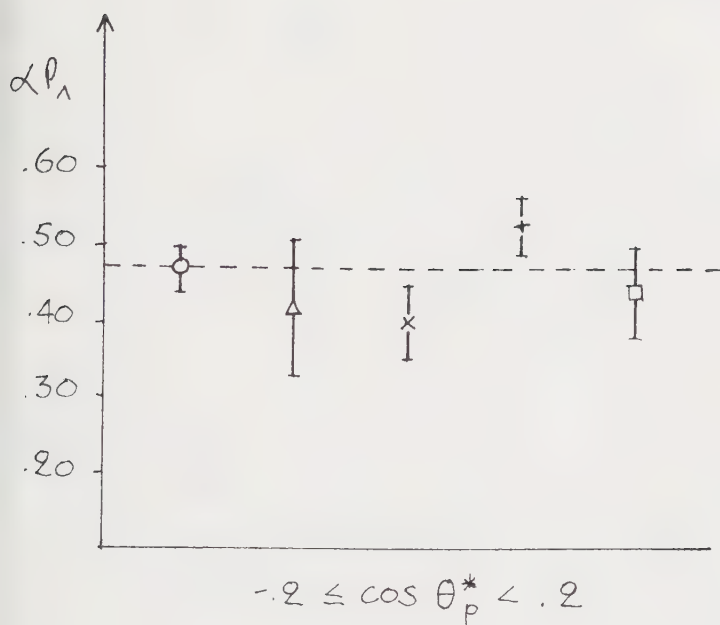
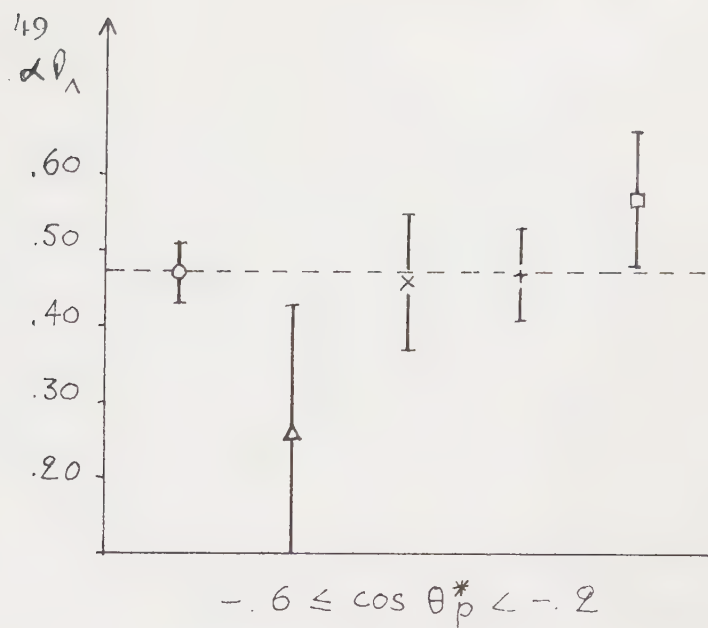
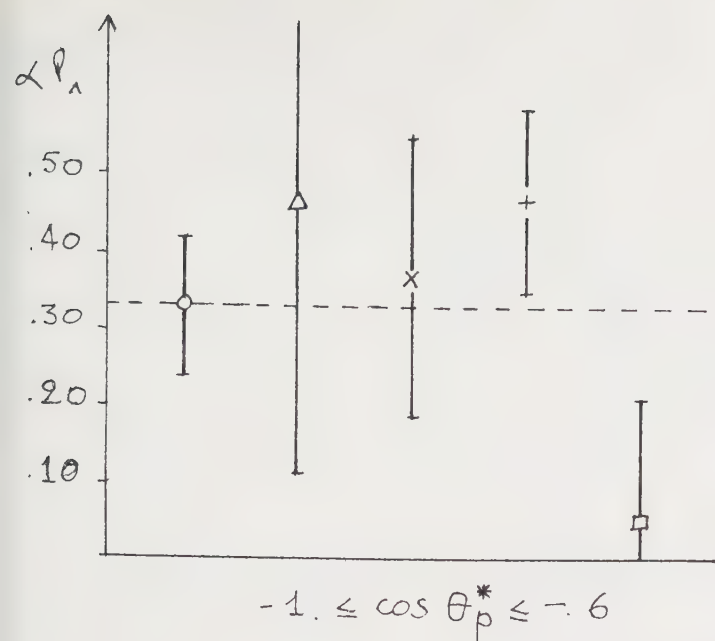


Fig. 13 b) Homogénéité en fonction de r_{π} .

Le calcul de $\alpha \rho_{\Lambda}$, dans l'intervalle de $\cos \theta_p^*$ considéré, est effectué à partir d'événements ayant :

- Δ $r_{\pi} < 11$ cm (hors des compteurs)
- $\times$ $11 \leq r_{\pi} < 17$ (dans les compteurs)
- $+$ $17 \leq r_{\pi} < 25$ (dans les compteurs)
- $\square$ $r_{\pi} \geq 25$ (hors des compteurs)
- $\circ$ tous les événements

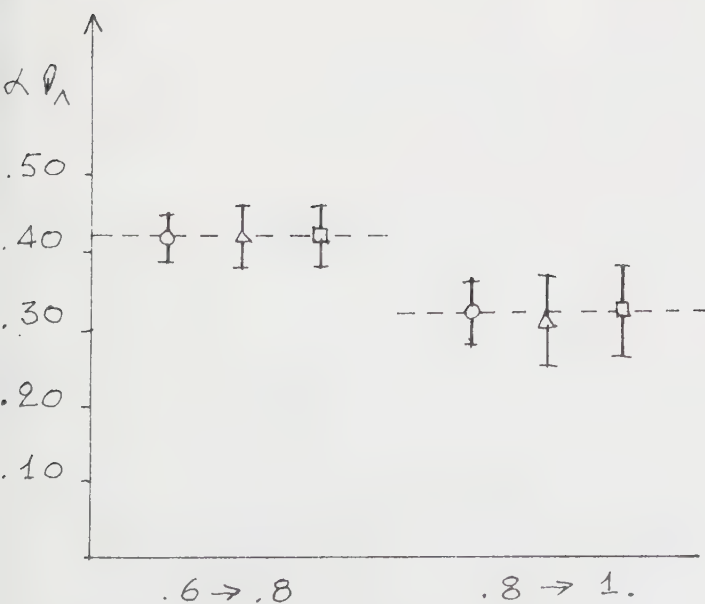
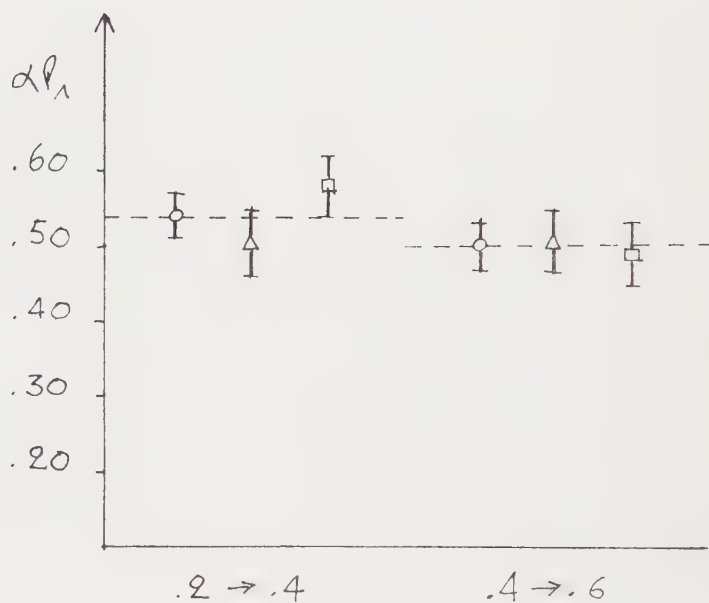
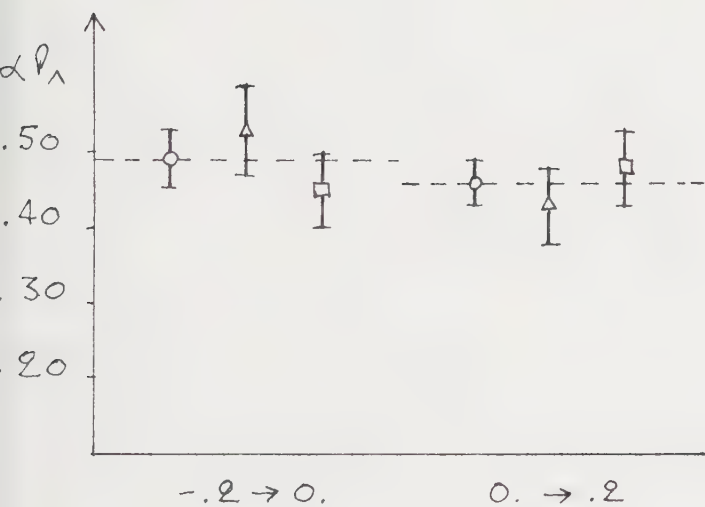
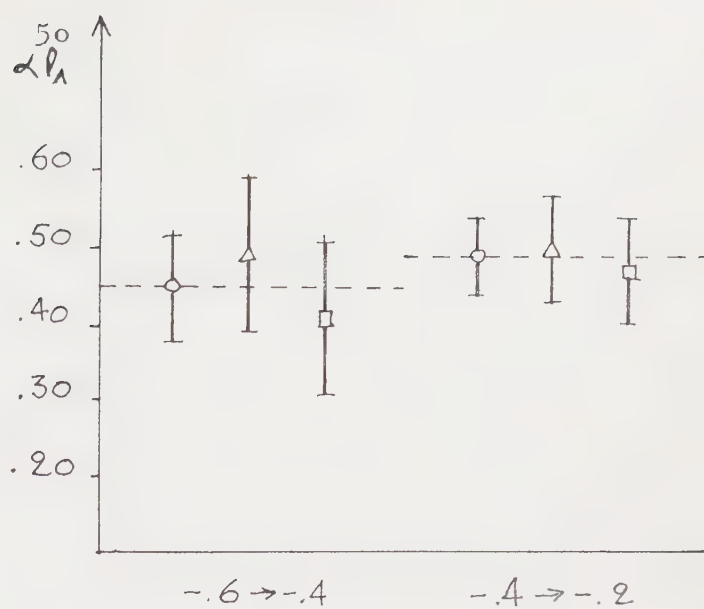
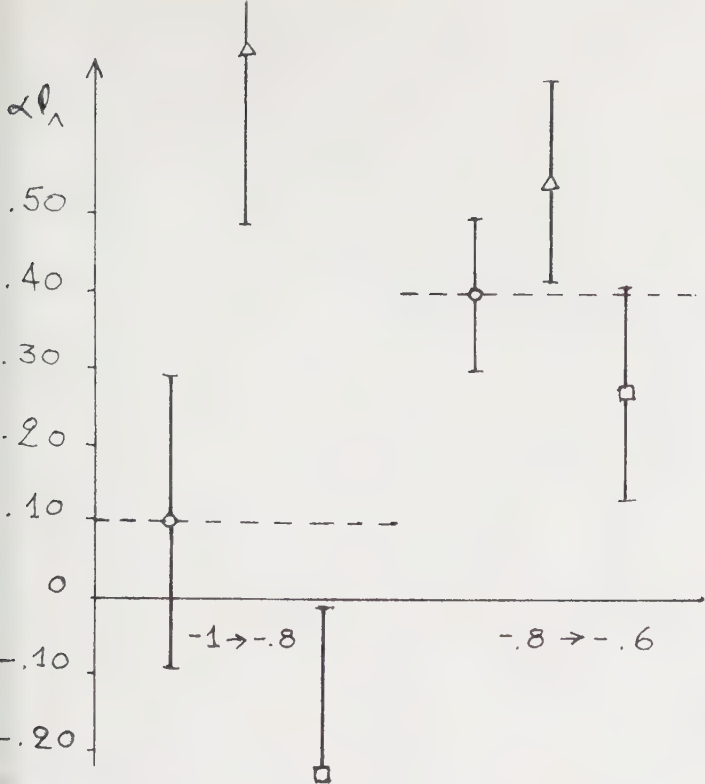


Fig. 13 c) Homogénéité en fonction de l'angle ϕ_d .

Le calcul de α_{p_L} , dans l'intervalle de $\cos \theta_p^*$ considéré, est effectué à partir d'événements ayant :

- Δ $0^\circ \leq \phi_d < 180^\circ$
- $\square$ $180^\circ \leq \phi_d < 360^\circ$
- $\circ$ tous les événements

Nous avons groupé deux intervalles de $\cos \theta_p^*$ par graphique, cela par gain de place.

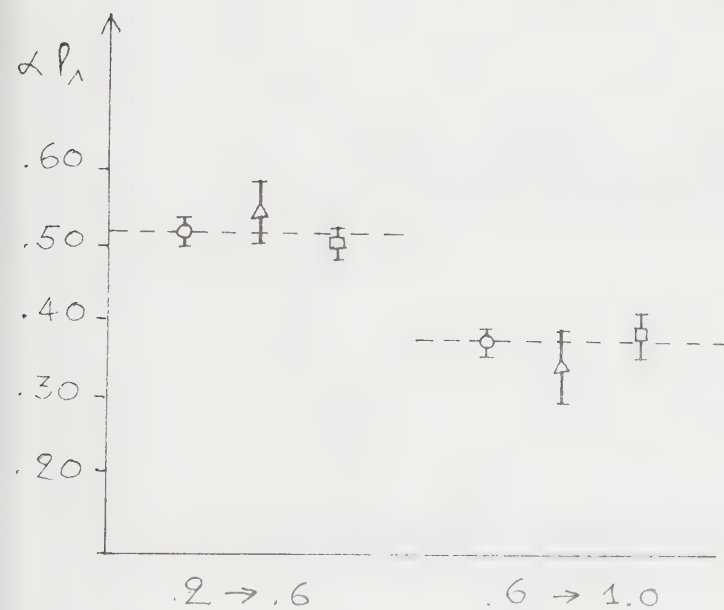
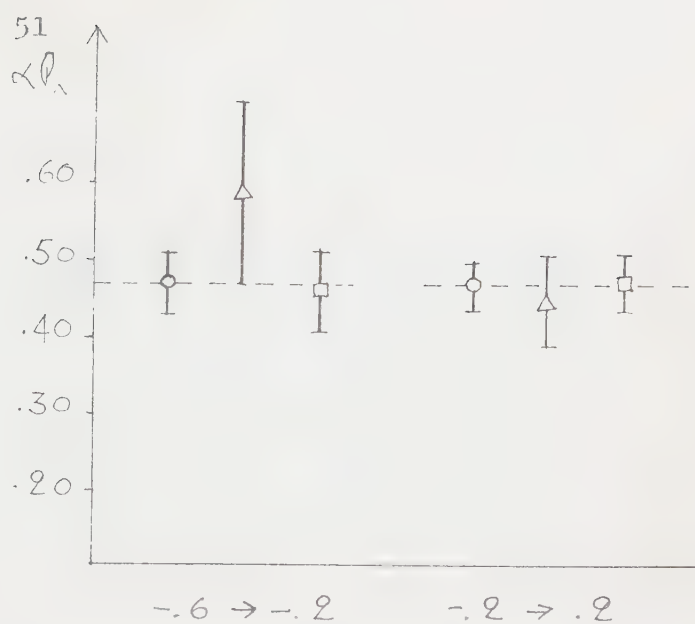
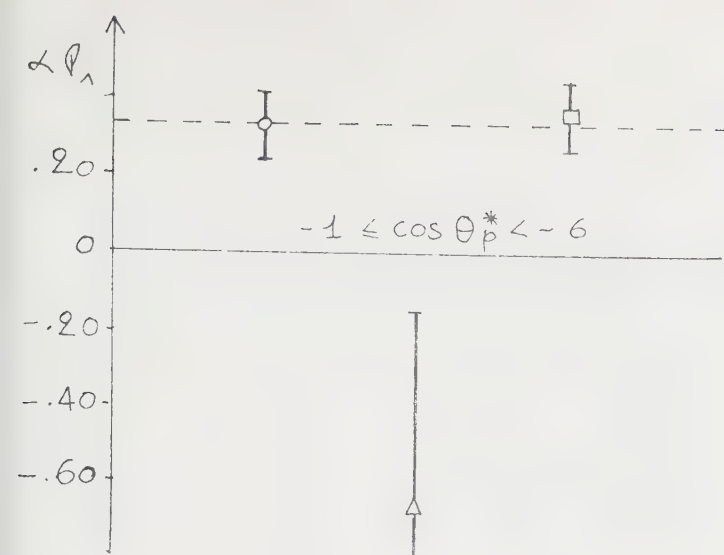


Fig. 13 d) Homogénéité en fonction de $T_{\pi d}$

Le calcul de α_p , dans l'intervalle de $\cos \theta_p^*$ considéré, est effectué à partir d'événements dont :

- Δ $2 \leq T_{\pi d} < 20$ MeV
- $\square$ $T_{\pi d} \geq 20$ MeV
- $\circ$ tous les événements

Nous avons calculé la probabilité du χ^2 correspondant à chaque distribution et nous obtenons (Tab. 5) :

	χ^2	D	$P(\chi^2)$
a) x_p	16.89	10	8%
b) r_π	20.62	15	20%
c) Φ_p	15.36	10	10%
d) $r_{\pi d}$	6.03	5	30%

Tab. 5

Ces probabilités étant toutes comprises entre 5% et 95% nous pouvons dire que notre échantillon est homogène par rapport aux paramètres considérés.

IV.2.5 Erreurs sur les mesures.

Les résultats du paragraphe précédent ont été calculés en tenant compte uniquement des erreurs statistiques. Celles-ci sont le reflet d'erreurs aléatoires ayant pu se produire tout au long du traitement de l'information, et dont les causes ne peuvent être définies avec précision.

Nous avons montré au § IV.2.3 que notre géométrie n'introduisait pas de biais dans le calcul de α_L . D'autre part, les résultats du § IV.2.4 indiquent que notre échantillon est indépendant de la façon dont sont faits les ajustements géométriques (x_p, r_π, Φ_p) et cinématiques ($x_p, \Phi_p, r_{\pi d}$).

Les erreurs de mesures ont été calculées semi-empiriquement et les grandeurs de ces erreurs semblent être quelque peu sous-estimées, (§ IV.2.2).

On peut évaluer l'importance de ces dernières dans la contribution à l'erreur totale en procédant comme suit :

Nous avons calculé au § IV.2.4 une valeur de χ^2 (Tab. 5),

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_2} \frac{(\bar{y}_i - y_{ij})^2}{\sigma_{ij}^2} \quad \text{IV.17)}$$

$\bar{y}_i$ est la valeur de αp_λ pour l'échantillon entier, calculée dans un intervalle i ;

y_{ij} est la valeur de αp_λ de la classe j calculée dans l'intervalle i . j peut par exemple représenter la fraction de l'échantillon dont le x_p délimite le début de la cible;

σ_{ij}^2 est l'erreur statistique associée à y_{ij} ;

n_1 est le nombre d'intervalles en cos θ_p^* ;

n_2 est le nombre de classes, (trois pour x_p).

Le nombre de degrés de liberté D pour un χ^2 est donné par

$$D = n_1 \cdot n_2 - n_1$$

L'erreur totale associée à un calcul de αp_λ peut s'écrire

$$\sigma_{ij} = (\sigma_{ij}^2 + \sigma_{ij}^m)^{1/2} = \sigma_{ij}^s (1 + \eta^2)^{1/2} \quad \text{IV.18)}$$

et σ_{ij}^m est l'erreur de mesure associée à y_{ij}

$$\eta = \sigma_{ij}^m / \sigma_{ij}^s \quad \text{IV.19)}$$

On fait l'hypothèse que le rapport η des erreurs de mesure aux erreurs statistiques est le même quels que soient i et j .

On peut maintenant demander quelle doit être la valeur de $(1 + \eta^2)^{1/2}$ pour que , (Réf 8, page 29) :

$$\chi'^2 = D \pm (2D)^{1/2} \quad \text{IV.20)}$$

avec

$$\chi'^2 = \frac{1}{(1 + \eta^2)^{1/2}} \sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{n_2} \frac{(\bar{y}_i - y_{i,j})^2}{\sigma_{i,j}^2} = \frac{1}{(1 + \eta^2)^{1/2}} \chi^2 \quad \text{IV.21)}$$

et l'on obtient

$$(1 + \eta^2)^{1/2} = \chi^2 / \chi'^2 \quad \text{IV.22)}$$

χ'^2 et son erreur étant connus, on peut calculer le paramètre $(1 + \eta^2)^{1/2}$ pour chaque type de test.

En moyennant les résultats obtenus, on obtient un facteur $(1 + \eta^2)^{1/2}$, (Tab. 6).

Les erreurs que nous avons attribuées à chaque valeur de αp_n sont les produits :

$$\sigma_{i,j}^s \cdot (1 + \eta^2)^{1/2} \quad \text{IV.23)}$$

Variables	D	χ^2	χ'^2	$(1 + \eta^2)^{1/2}$
a) x_p	10	16.89	$10. \pm 4.5$	$1.35 \pm .31$
b) r_π	15	20.62	$15. \pm 5.5$	$1.20 \pm .26$
c) ϕ_p	10	15.36	$10. \pm 4.5$	$1.24 \pm .31$
d) $r_{\pi d}$	5	6.03	$5. \pm 3.1$	$1.18 \pm .45$
moyenne				$1.25 \pm .16$

Tab. 6 Estimation des erreurs de mesure.

On peut tirer du Tab. 6 une estimation des grandeurs relatives des erreurs de mesure au niveau du résultat final.

$$\text{On a } \overline{(1 + \eta^2)}^{1/2} = 1.25 \pm .16$$

$$\text{d'où } \eta = 0.75 \pm .27$$

Les erreurs de mesure sont donc comprises entre $1/2$ et 1 fois les erreurs statistiques.

C'est pour tenir compte de ces dernières que nous avons multiplié les erreurs statistiques par le facteur $\overline{(1 + \eta^2)}^{1/2}$ relation IV.23).

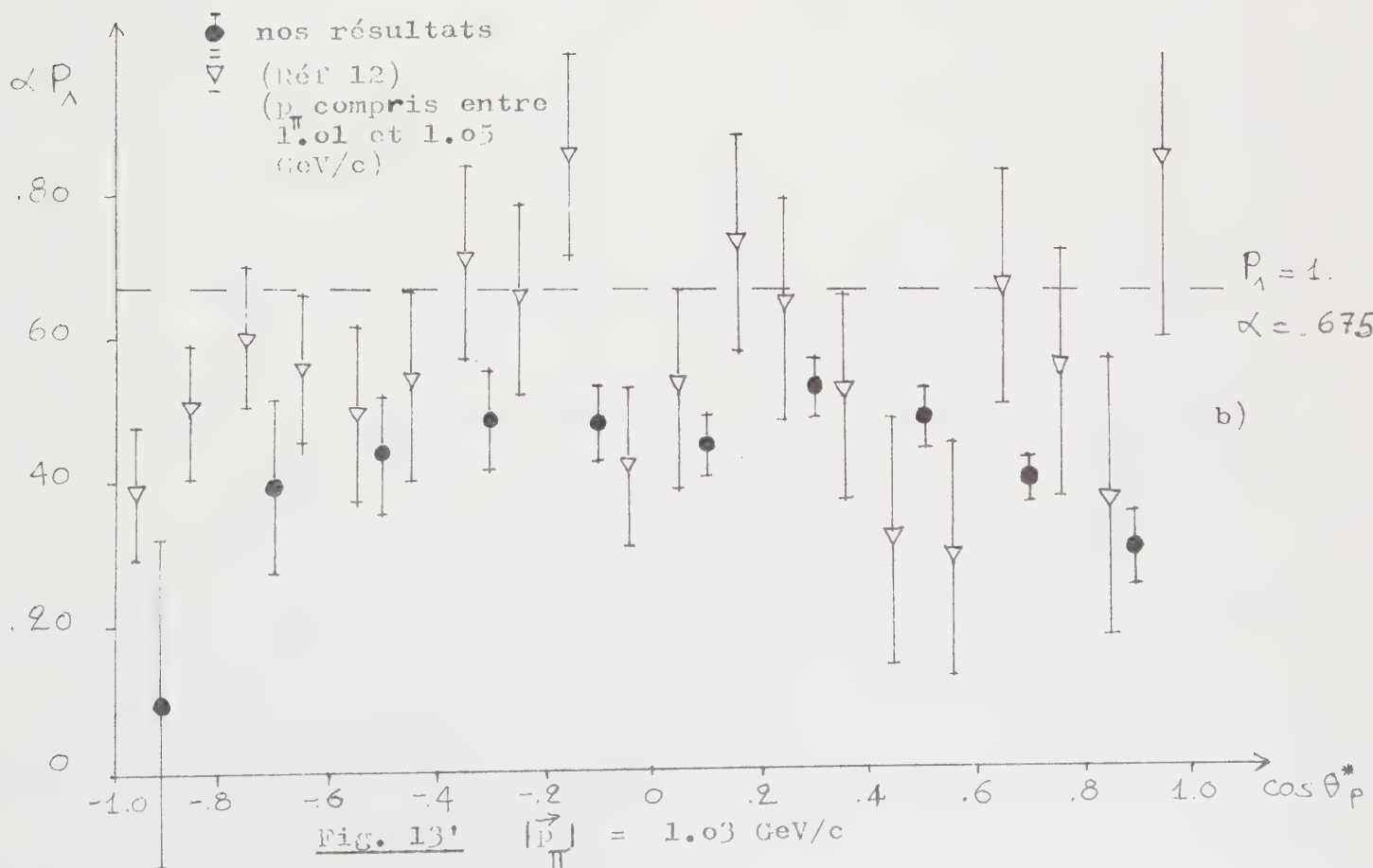
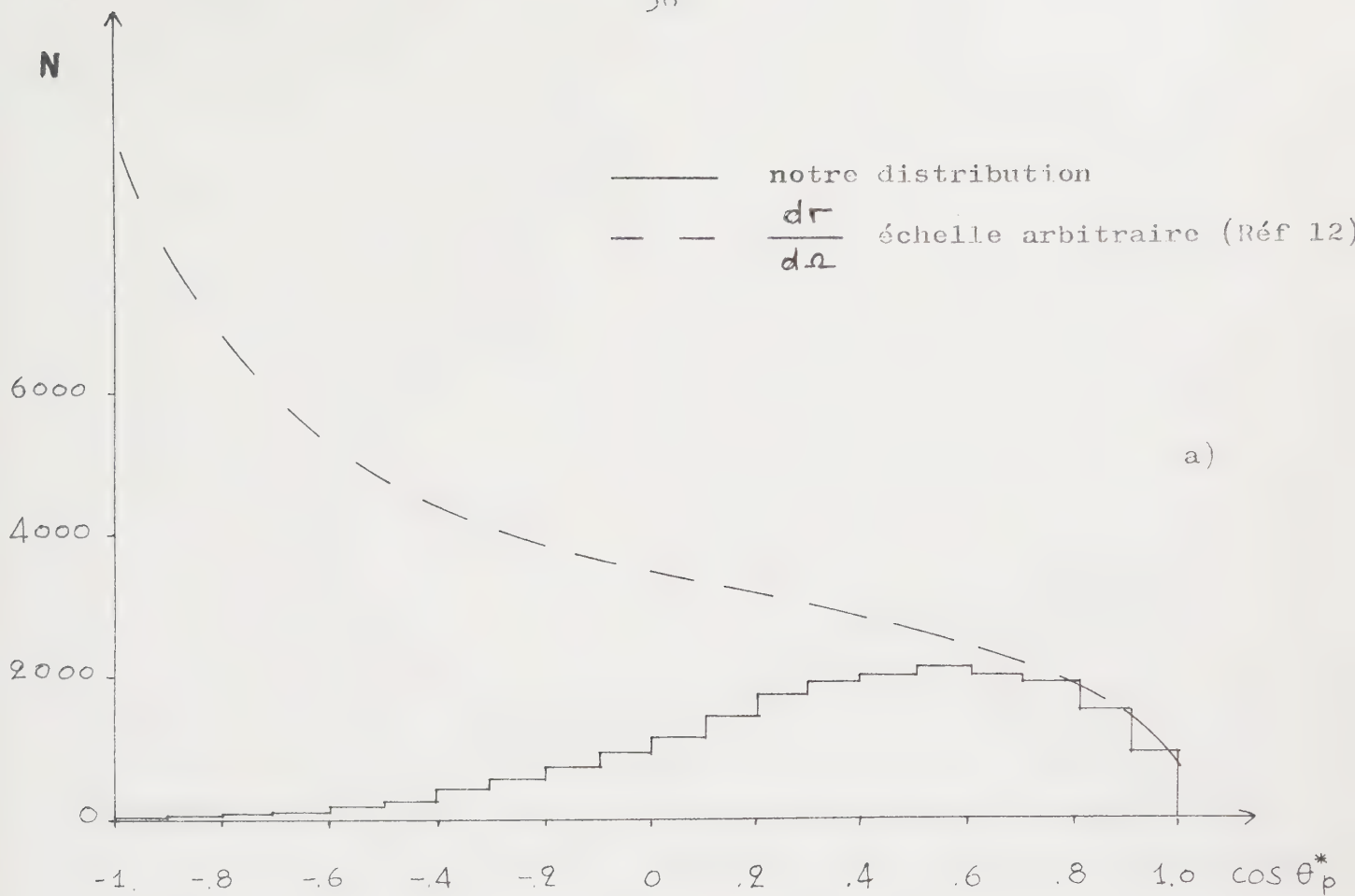
IV.2.6 Résultats des mesures de αP_n .

Le Tab. 2 (§ IV.2.1) montre que les classes dont le pion incident a une impulsion de 0.95, 1.00 et 1.09 GeV/c ne contiennent pas suffisamment d'événements pour justifier une analyse de leur polarisation en fonction de $\cos \theta_p^*$. Nous n'avons calculé pour ces trois classes que la valeur moyenne de leur polarisation, (Tab. 7).

Les trois autres classes se prêtent à l'analyse décrite au § IV.1.2.

Les Fig. 13'a), 14 a) et 15 a) montrent les distributions de nos événements en fonction de $\cos \theta_p^*$. Nous avons indiqué sur les mêmes figures les sections efficaces différentielles de production à 1.03 (Réf 12) et 1.12 GeV/c (Réf 13). Il n'existe pas, à notre connaissance, de données concernant la section efficace différentielle de production à 1.06 GeV/c.

Il faut remarquer que la majeure partie de nos échantillons est constituée de Λ ayant une grande énergie dans le laboratoire ($\cos \theta_p^* > 0$). Cela correspond aux exigences formulées au § II.4 pour obtenir une bonne détermination du paramètre β .



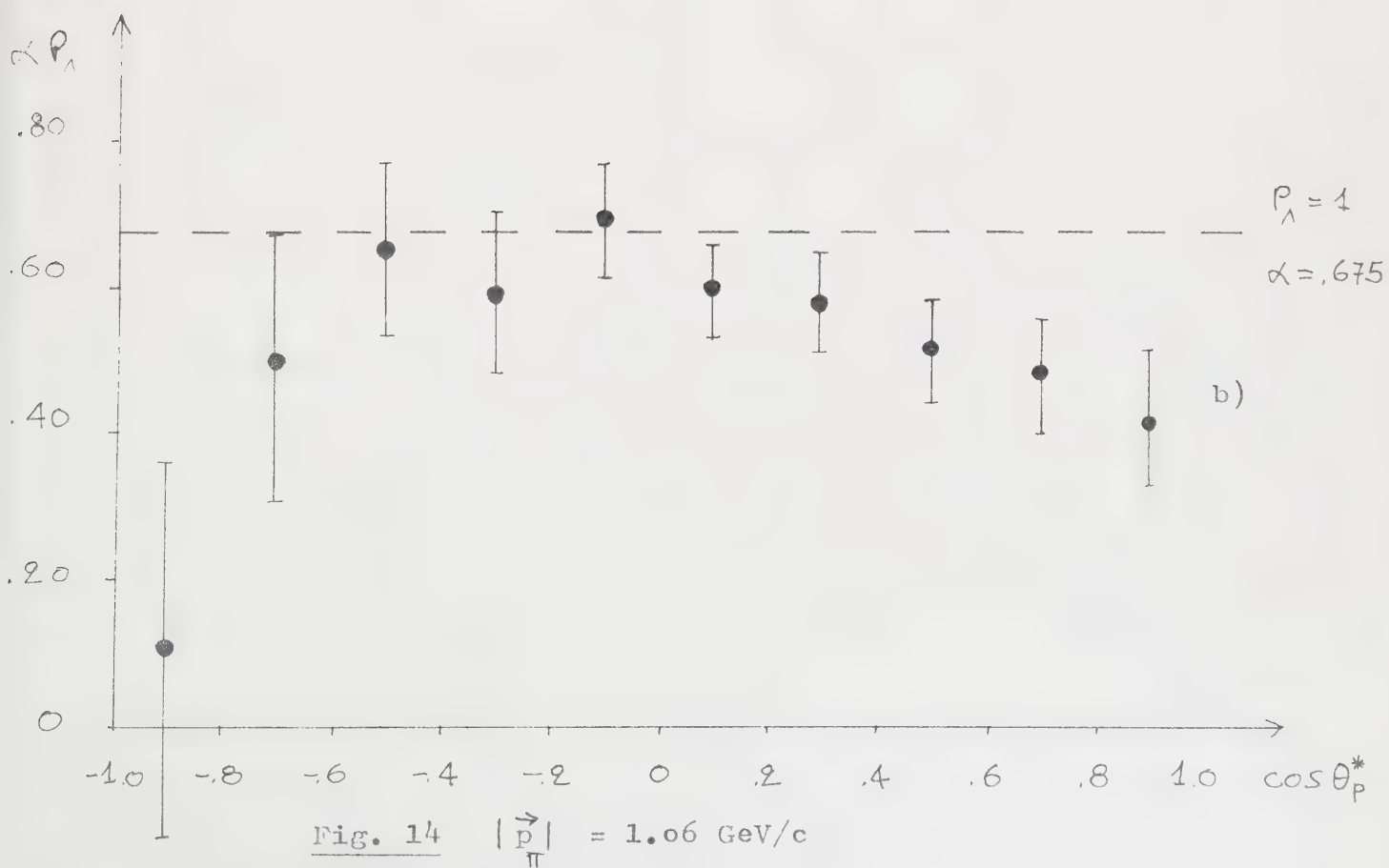
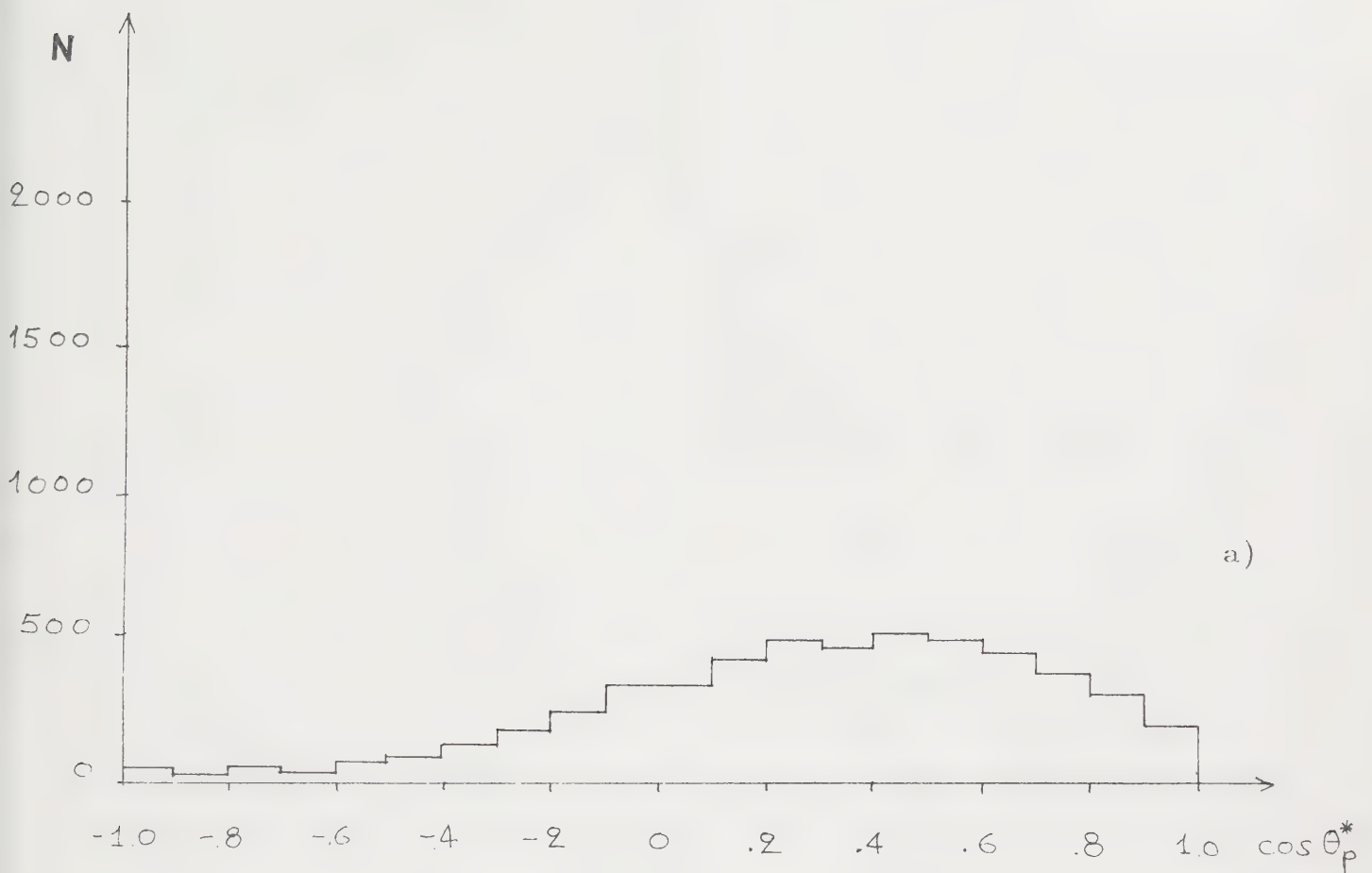


Fig. 14 $|\vec{p}_\pi| = 1.06 \text{ GeV/c}$

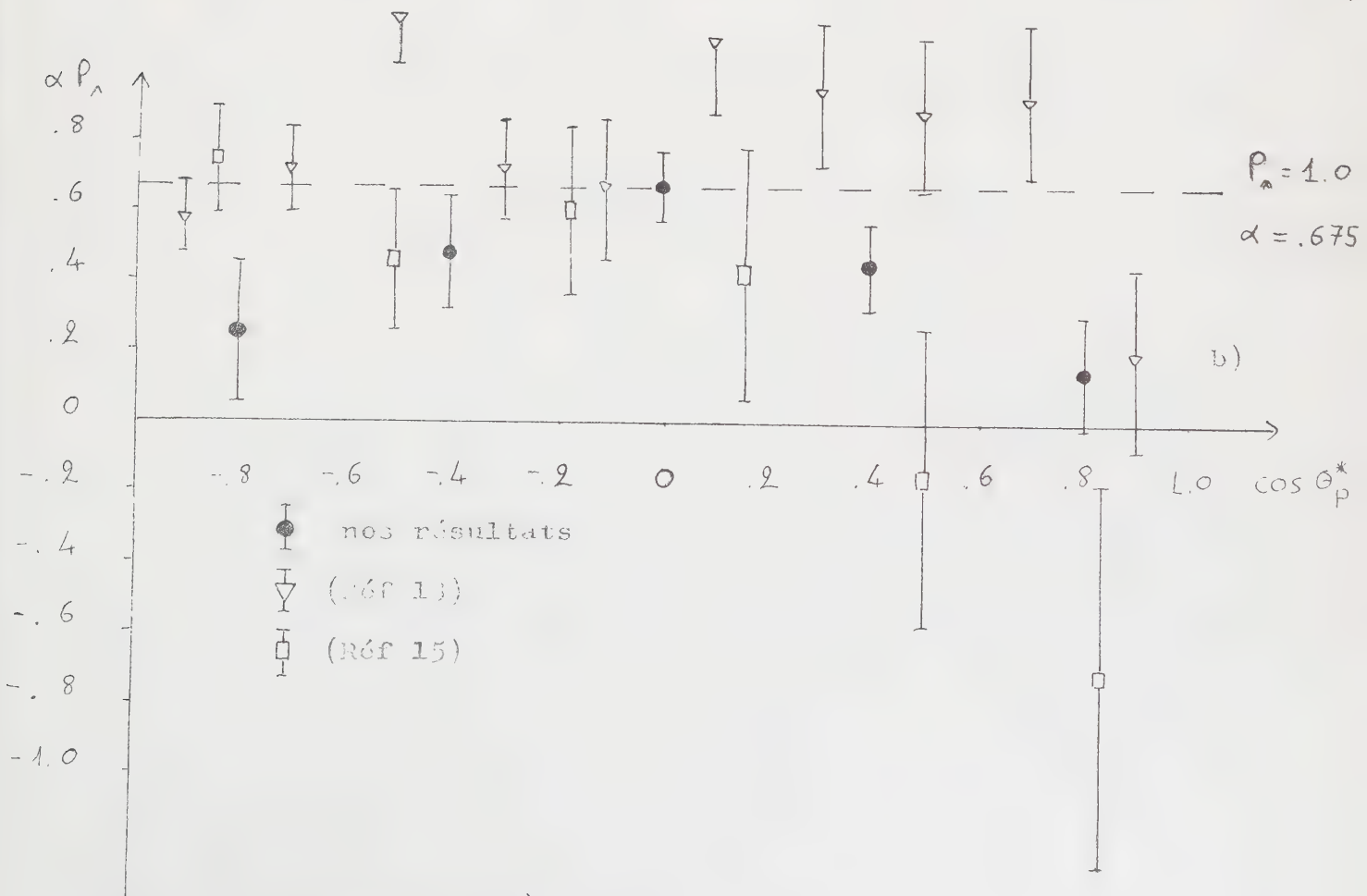
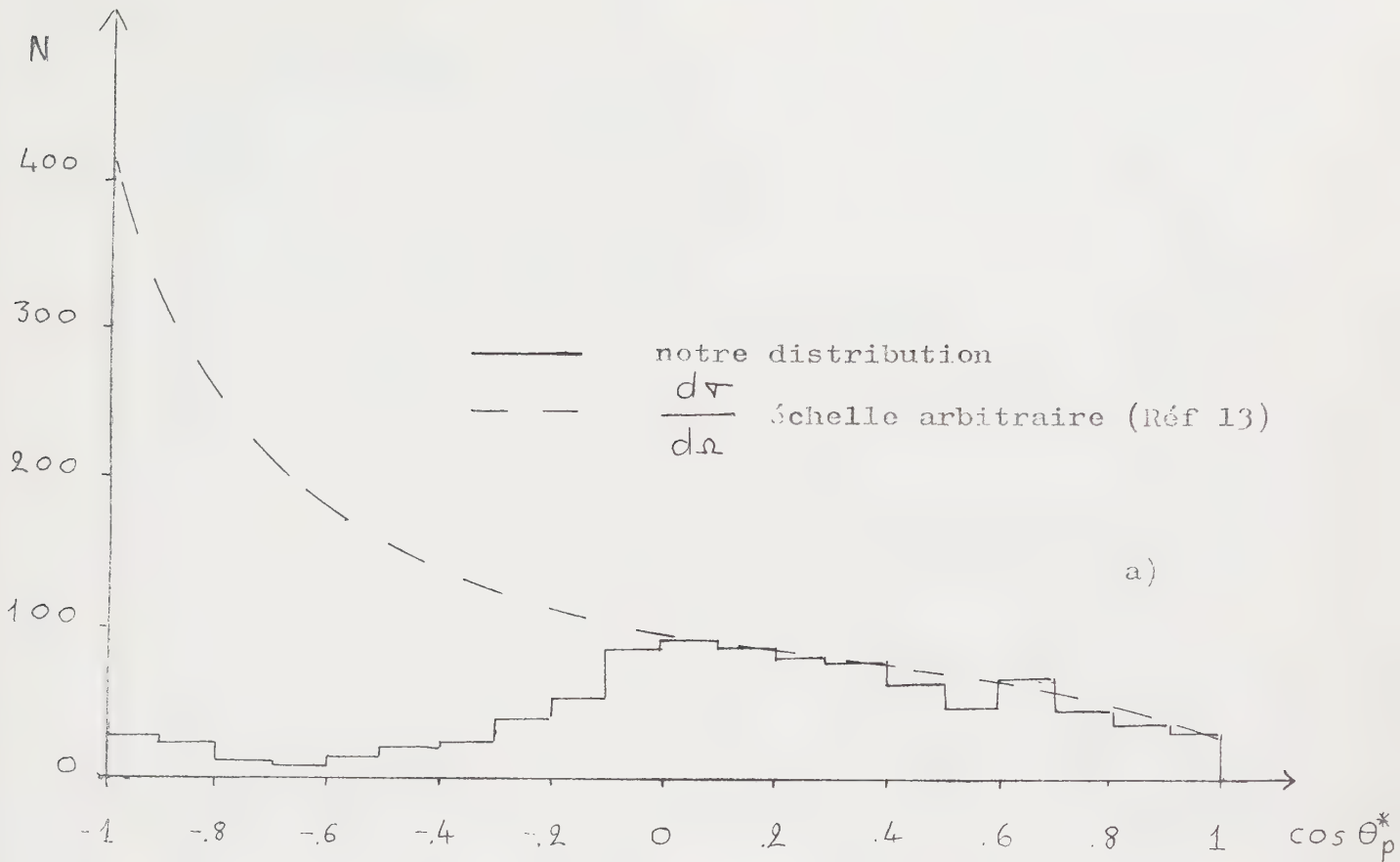


Fig. 15 $|\vec{p}| = 1.12 \text{ GeV}/c$

Les valeurs numériques de la polarisation figurent dans le Tab. A1 de l'annexe A. Elles sont reportées sur les Fig 13'b), 14 b) et 15 b). Les erreurs indiquées sont les produits des erreurs statistiques par le facteur 1.25 défini au § IV.2.5.

Nous avons aussi porté sur ces figures les résultats obtenus par d'autres auteurs.

A 1.03 GeV/c l'accord est bon. Dans la région des $\cos \theta_p^*$ négatifs, nos valeurs sont cependant plus basses que les valeurs obtenues par ces auteurs. Il faut cependant souligner que les valeurs de la (Réf 12) sont une moyenne pour des impulsions allant de 1.01 à 1.05 GeV/c, ce qui peut expliquer ces différences.

Nous n'avons pas trouvé de mesures de la polarisation à 1.06 GeV/c nous permettant de comparer nos résultats avec d'autres. On peut constater cependant que les valeurs obtenues à cette impulsion sont plus élevées que celles de 1.03 GeV/c.

Nous avons pu comparer nos résultats à 1.12 GeV/c avec ceux de deux auteurs (Réf 13, Réf 15). On observe de grands écarts entre nos valeurs et celles de la (Réf 13). Nos mesures sont compatibles avec celles de la (Réf 15) pour des $\cos \theta_p^* < .2$. Dans la région de $\cos \theta_p^*$ comprise entre .2 et 1.0, notre polarisation reste positive, contrairement à celle de la (Réf 15), mais tend vers zéro plus vite que pour 1.03 et 1.06 GeV/c.

Nous avons calculé de plus les valeurs moyennes des polarisations en normalisant nos distributions aux sections efficaces différentielles de production. Nous obtenons

$$\alpha \bar{P}_\Lambda = \frac{\int_{-1}^{+1} \alpha P_\Lambda(\cos \theta_p^*) \frac{d\tau}{d\Omega}(\cos \theta_p^*) d(\cos \theta_p^*)}{\int_{-1}^{+1} \frac{d\tau}{d\Omega}(\cos \theta_p^*) d(\cos \theta_p^*)}$$

Les valeurs des sections efficaces utilisées proviennent des (Réf 20) pour 0.95 et 1.00 GeV/c, (Réf 12) pour 1.03 GeV/c, (Réf 15 page 148) pour 1.09 GeV/c et (Réf 13) pour 1.12 GeV/c.

Les fonctions $\alpha P_\Lambda(\cos \theta_p^*)$ ont été ajustées au moyen des fonctions associées de Legendre, comme décrit au § IV.1.2. Les valeurs numériques des coefficients utilisés figurent dans le Tab. A2 de l'annexe A.

Les valeurs de $\alpha \bar{P}_\Lambda$ sont contenues dans le Tab. 7 et sont reproduites, avec d'autres mesures, sur la Fig. 16.

Nous avons dit plus haut que nous n'avions pas trouvé de valeurs de section efficace pour 1.06 GeV/c; il n'est pas possible de calculer les valeurs de cette section efficace en interpolant à partir de valeurs connues (1.03 et 1.09 GeV/c par exemple) car les graphiques de la section efficace totale en fonction de l'impulsion du pion montrent un pic dans cette région, (Réf 20). C'est pour cette raison que notre valeur moyenne de la polarisation à 1.06 GeV/c n'a pu être calculée et ne figure ni dans le Tab. 7, ni sur la Fig. 16.

Impulsions [GeV/c]	.95	1.00	1.03	1.09	1.12
α_{π^-}	.40	.44	.39	.49	.40
$\Delta \alpha_{\pi^-}$	$\pm .10$	$\pm .09$	$\pm .03$	$\pm .19$	$\pm .05$

Tab. 7 Valeurs moyennes des polarisations.

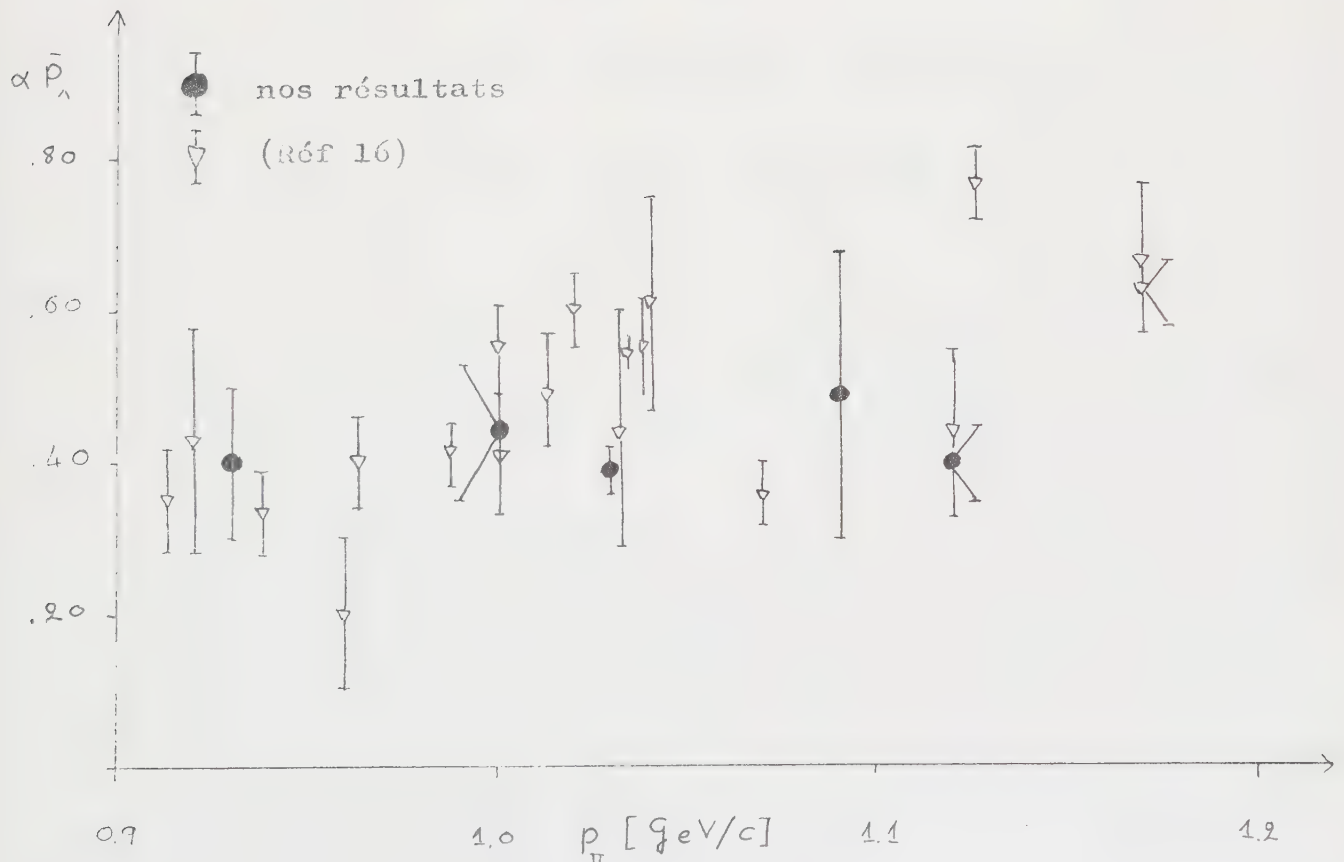


Fig. 16 Valeurs moyennes des polarisations.

Nous avons utilisé comme valeurs de comparaison celles contenues dans le sommaire de la (Réf 16).

IV.2.7 Analyse de la polarisation.

Nous avons effectué cette analyse pour déterminer qualitativement quelles ondes partielles contribuent à l'onde diffusée dans le processus $\pi^- p \rightarrow \Lambda + \pi^0$.

Nous avons vu au § II.3 que la section efficace différentielle de diffusion et la polarisation s'écrivaient :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f|^2 + |g|^2 \quad \text{II.18)}$$

$$\alpha \vec{P}_\Lambda = \hat{n}_p \alpha \cdot \frac{2 \operatorname{Re}(f^* g)}{|f|^2 + |g|^2} \quad \text{II.19)}$$

d'autre part, f et g s'écrivent (§ II.1)

$$f = \frac{1}{k} \sum_{l=0}^{\infty} [(l+1) a_{l+} + l a_{l-}] P_l(\cos \theta_p^*) \quad \text{II.8)}$$

$$g = \frac{i}{k} \sin \theta_p^* \sum_{l=1}^{\infty} [a_{l+} - a_{l-}] \frac{dP_l(\cos \theta_p^*)}{d(\cos \theta_p^*)} \quad \text{II.9)}$$

On peut alors écrire

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{k^2} \sum_{n=0}^{\infty} A_n P_n(\cos \theta_p^*) \quad \text{IV.24)}$$

et

$$\alpha P_\Lambda \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha}{k^2} \sum_{m=1}^{\infty} B_m P_m^1(\cos \theta_p^*) \quad \text{IV.25)}$$

Si l'on développe par exemple les relations II.18) et II.19) en ondes S ($\ell = 0$) et P ($\ell = 1$), on obtient pour la section efficace différentielle :

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{k^2} \{ & [|a_{0+}|^2 + |a_{1-}|^2 + 2|a_{1+}|^2] P_0(\cos \theta_p^*) \\ & + [2(\operatorname{Re} a_{1-} \operatorname{Re} a_{0+} - \operatorname{Im} a_{1-} \operatorname{Im} a_{0+}) \\ & + 4(\operatorname{Re} a_{1+} \operatorname{Re} a_{0+} + \operatorname{Im} a_{1+} \operatorname{Im} a_{0+})] P_1(\cos \theta_d^*) \\ & + [4(\operatorname{Re} a_{1+} \operatorname{Re} a_{1-} + \operatorname{Im} a_{1+} \operatorname{Im} a_{1-}) + 2|a_{1+}|^2] P_2(\cos \theta_d^*) \} \end{aligned} \quad \text{IV.26)}$$

et pour le produit "section efficace.polarisation"

$$\begin{aligned} \alpha_{\Lambda} \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha}{k^2} \{ & 2 \operatorname{Im} (a_{0+}^* a_{1-} - a_{0+}^* a_{1+}) P_1^1(\cos \theta_d^*) \\ & - 2 \operatorname{Im} (a_{1-}^* a_{1+}) P_2^1(\cos \theta_d^*) \} \end{aligned} \quad \text{IV.27)}$$

Les coefficients numériques qui figurent dans les relations IV.26) et IV.27) sont tabulés. On les trouve par exemple dans (Réf 3, pages 37 et 38).

En ajustant au moyen des relations IV.24) et IV.25) les valeurs des sections efficaces et des produits "section efficace.polarisation", on obtient des coefficients A_n et αB_n qui permettent d'évaluer les $a_{\ell\pm}$. En fait, les modèles théoriques utilisés pour ajuster ces données font appel à des résonnances et incluent une dépendance de l'énergie du pion incident. On trouve de telles analyses dans (Réf 18, 14 ou 19, par exemple). Ces analyses dépassant le cadre de ce travail, nous nous sommes contenté d'indiquer, à partir des coefficients A_n et αB_n , quelles sont les ondes intervenant dans le processus final.

Nous n'avons pu ajuster que les mesures des produits "section efficace.polarisation" aux impulsions de 1.03 et 1.12 GeV/c. En effet, la raison invoquée lors du calcul de la polarisation moyenne, manque de données concernant la section efficace, est aussi valable ici, de sorte qu'il nous est impossible de procéder à ce genre d'analyse pour 1.06 GeV/c.

Nous avons ajusté les sections efficaces et les produits "section efficace polarisation" par une méthode de moindres carrés, à partir des relations IV.24) et IV.25). L'utilisation des polynômes de Legendre pour ces ajustements ne vient pas seulement de la physique. En effet, ces polynômes étant orthogonaux, les coefficients calculés ne sont pas corrélés; le fait d'introduire dans l'ajustement un degré supplémentaire ne change donc pas les valeurs des coefficients déjà calculés.

$k^2 \frac{d\sigma}{d\Omega} \quad 1.03 \text{ GeV/c}$			
A_0	58.1 ± 1.0	58.1 ± 1.0	58.5 ± 1.0
A_1	45.4 ± 1.8	45.4 ± 1.8	45.7 ± 1.8
A_2	13.4 ± 2.3	13.3 ± 2.3	8.8 ± 2.2
A_3	16.3 ± 2.9	16.4 ± 2.8	
A_4	0.6 ± 3.6		
$n; P(\chi^2)$	5; 10%	6; 15%	7; 1%

Tab. 5 a Coefficients A_n pour la section efficace différentielle de production à 1.03 GeV/c.

Les données numériques proviennent de la (Réf 12).

$k^2 \alpha_n \frac{d\sigma}{d\Omega} \quad 1.03 \text{ GeV/c}$			
α_0	0.0	0.0	0.0
α_1	29.1 ± 1.3	29.1 ± 1.3	26.7 ± 1.2
α_2	5.0 ± 1.0	5.0 ± 1.0	
α_3	$.1 \pm .7$		
$n; P(\chi^2)$	7; 15%	8; 20%	9; 1%

Tab. 8 b Coefficients α_n pour le produit $k^2 \frac{d\sigma}{d\Omega}$ à 1.03 GeV/c.

Les données numériques de la section efficace sont celles de la (Réf 12); nos valeurs sont utilisées pour la polarisation.

$k^2 \frac{d\sigma}{d\Omega}$ 1.12 GeV/c		
A_0	48.5 ± 1.8	47.2 ± 1.8
A_1	47.3 ± 4.2	41.2 ± 3.5
A_2	28.2 ± 4.9	21.3 ± 4.1
A_3	14.3 ± 5.5	
$D; \chi^2$	1; 60%	2; 2%

Tab. 9 a Coefficients A_n pour la section efficace différentielle à 1.12 GeV/c.

Les données numériques proviennent de la (Réf 13).

$k^2 \alpha P_A \frac{d\sigma}{d\Omega}$ 1.12 GeV/c		
α_0	0.0	0.0
α_1	22.4 ± 1.8	22.6 ± 1.8
α_2	-0.5 ± 1.0	-6.9 ± 1.3
α_3	$.5 \pm 1.1$	
$D; \chi^2$	2; 75%	3; 85%

Tab. 9 b Coefficients αB_m pour le produit $\alpha P_A \frac{d\sigma}{d\Omega}$ à 1.12 GeV/c.

Les données numériques de la section efficace sont celles de la (Réf 13); nos valeurs sont utilisées pour la polarisation.

Les Tab. 8 et 9 contiennent les résultats obtenus. Le coefficient B_0 est nul par définition.

Pour chaque détermination, nous avons augmenté le degré du polynôme, soit jusqu'à ce que le dernier coefficient obtenu soit compatible avec zéro (Tab. 8 et 9 b), soit jusqu'à la limite des données (Tab. 9 a).

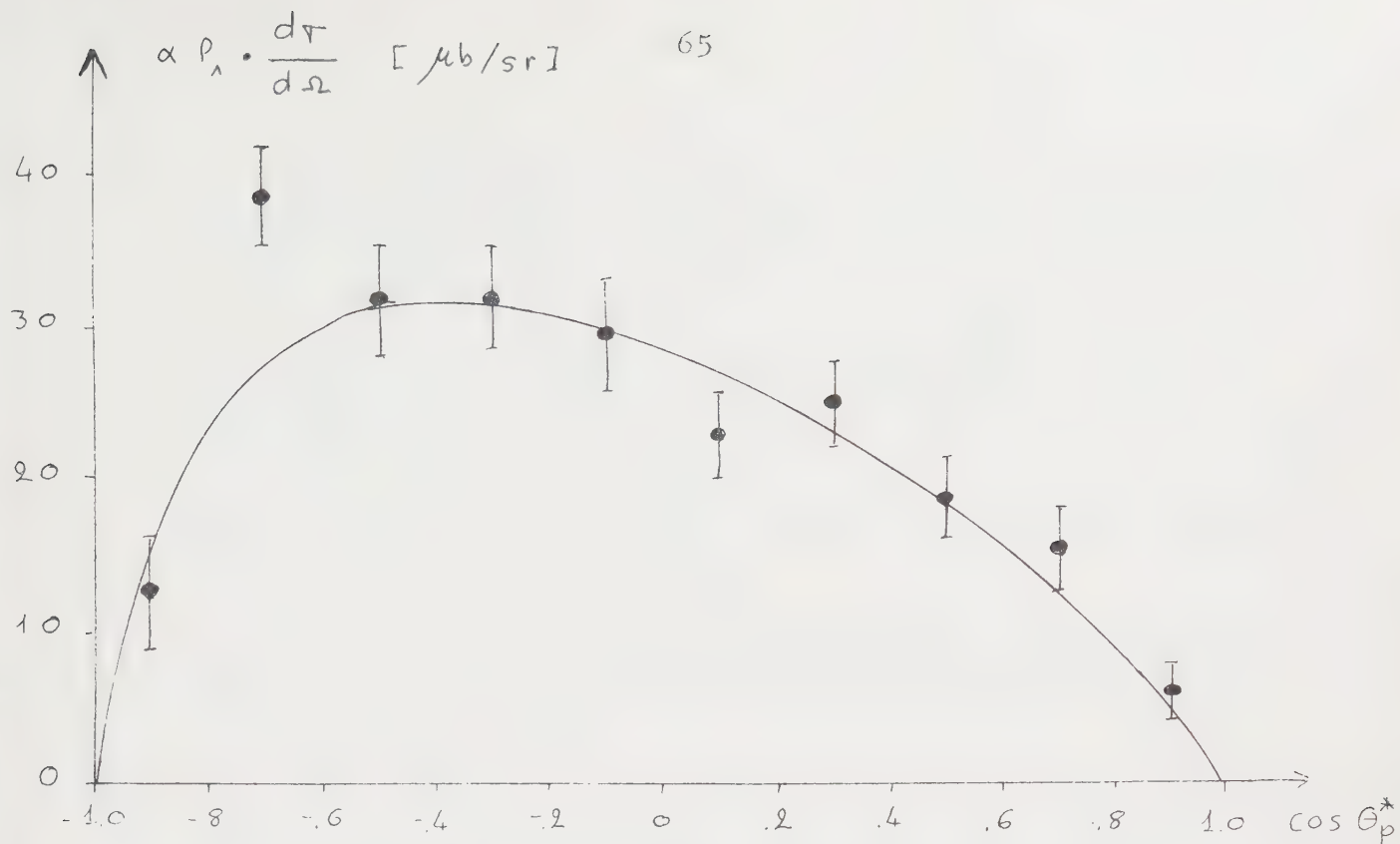


Fig. 16 a Ajustement des points expérimentaux à 1.03 GeV/c.

La courbe est calculée à partir de l'expression IV.25), avec $m = 1, 2$ et les coefficients correspondants du Tab. 8 b.

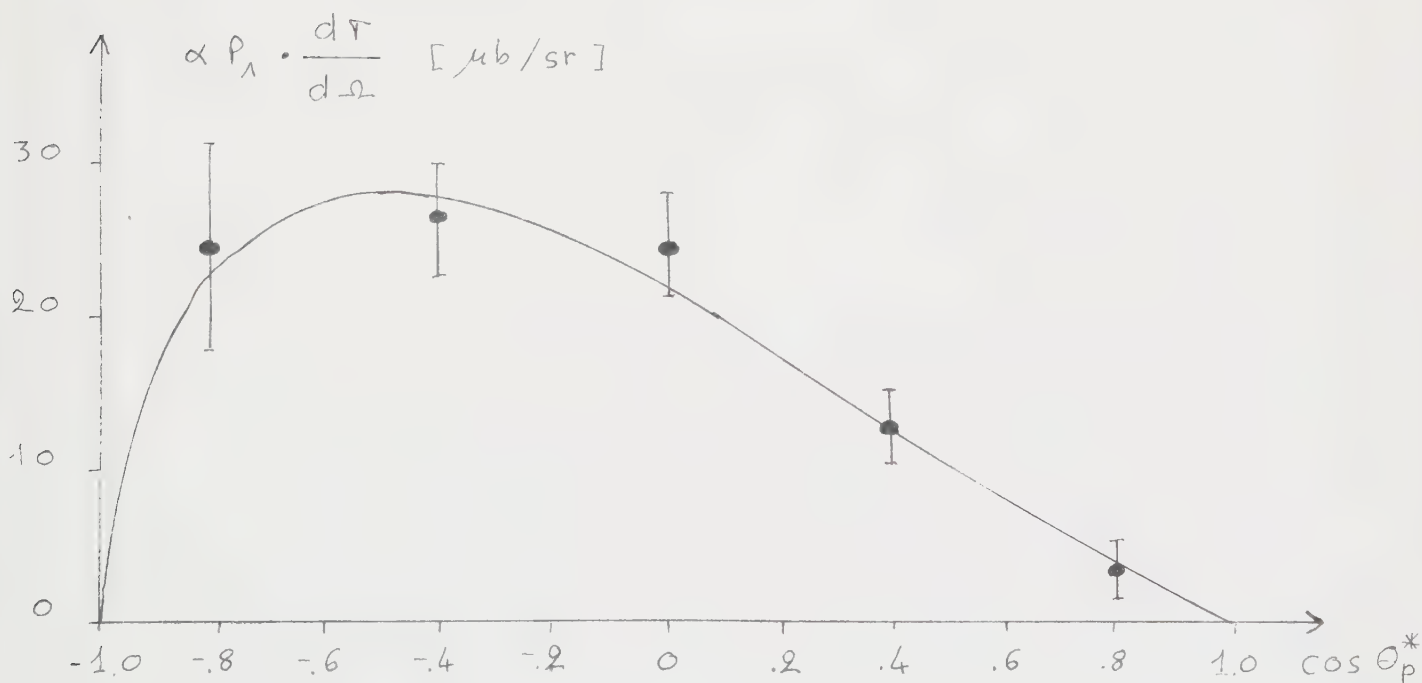


Fig. 16 b Ajustement des points expérimentaux à 1.12 GeV/c.

La courbe est calculée à partir de l'expression IV.25), avec $m = 1, 2$ et les coefficients correspondants du Tab. 9 b.

Nous avons fait figurer sur les Fig. 16 a) et b) les points expérimentaux des produits "section efficace.polarisation" et les courbes obtenues à partir de la relation IV.25) et des coefficients α_{B_4} et α_{B_2} des Tab. 8 b et 9 b.

Le dernier coefficient non nul pour $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ à 1.03 et à 1.12 GeV/c est le coefficient A_3 . Les tables (Réf 3) montrent qu'à ces coefficients correspondent les ondes $S_{1/2}$ à $F_{5/2}$ ou $S_{1/2}$ à $G_{7/2}$.

Pour les produits $\alpha_{B_2} \frac{d\sigma}{d\Omega}$ à 1.03 et 1.12 GeV/c le dernier coefficient non nul est α_{B_2} , auquel peuvent correspondre les ondes $S_{1/2}$ à $D_{3/2}$ ou $S_{1/2}$ à $F_{5/2}$.

Nous pouvons donc conclure que l'état final de la réaction $\pi^- + p \rightarrow \Lambda + K^0$, pour les impulsions de 1.03 et 1.12 GeV/c du pion incident, est une superposition des ondes S, P, D et F $5/2$.

IV.3 Temps de vie du Λ .

Nous avons calculé le temps de vie τ du Λ à partir des échantillons utilisés pour le calcul du paramètre β et des polarisations. Les valeurs de τ obtenues sont en bon accord avec la moyenne mondiale ($\bar{\tau} = (2.51 \pm 0.03) 10^{-10}$ sec) (Réf 17) et constituent une vérification de la pureté de notre échantillon.

IV.3.1 Système de coordonnées et volume fiduciel.

Nous avons translaté le système défini au § II.1, Fig. 5, de façon que les origines des temps et de l'espace soient confondues.

L'origine des coordonnées est placée à 1.4 cm du centre du premier interplaque de la chambre de désintégration. Les trois axes x_c, y_c, z_c sont parallèles à ceux définis précédemment, (Fig. 5). L'origine des temps est confondue avec le plan (y_c, z_c) .

Le volume fiduciel est limité, vers l'arrière, par le plan (y_c, z_c) ; vers l'avant, par le plan du compteur Π_1 et, sur les côtés, par les parois de la chambre de désintégration.

En fait, la limite vers l'avant est introduite artificiellement par les critères que l'on a imposé lors du dépouillement (§ III.2). Ainsi l'efficacité selon l'axe x_c n'est constante que jusqu'à $x_c = 7$ cm, (§ IV.3.2). Cela ramène la longueur utile de la chambre de désintégration à 7 cm ce qui correspond, pour notre échantillon, à un temps propre compris entre 1 et 1.5 fois le temps de vie du Λ pour un $\beta\gamma = 0.85$ et 0.60 respectivement.

IV.3.2 Efficacité selon l'axe x_{α} .

Pour déterminer cette efficacité, nous avons divisé notre échantillon en dix sous-groupes. Chaque sous-groupe est défini par la coordonnée $x_{\alpha p}$ du point de production du Λ (5 intervalles de 1 cm) et par la valeur du facteur cinématique $\beta\gamma$ (2 intervalles : de 0.6 à 0.7 et de 0.7 à 0.8). Nous demandons pour chaque sous-groupe quelles sont les distances ℓ comprises entre le plan origine et le point de désintégration de chaque événement compris dans ce sous-groupe. En portant sur papier logarithmique le nombre d'événements ayant un ℓ donné, en fonction de ℓ on doit obtenir une droite si l'efficacité est constante, ou si elle est de forme exponentielle.

En effet, écrivons

$$N = N_0 e^{-\alpha \ell} \quad \text{IV.28)}$$

où N est le nombre d'événements s'étant désintégrés après avoir parcouru une distance ℓ depuis l'origine, N_0 une certaine valeur initiale et α un coefficient proportionnel à la constante λ de désintégration.

Imaginons une fonction d'efficacité selon x_{α} , $f(\ell)$. On obtient alors

$$N' = N_0 e^{-\alpha \ell} f(\ell)$$

$$\text{et } \ln N' = \ln N_0 - \alpha \ell + \ln f(\ell) \quad \text{IV.29)}$$

Si $f(\ell)$ est une constante, la relation IV.29) est une droite et la pente de cette droite nous permet de déterminer α .

Si $f(\ell)$ est une fonction exponentielle

$$f(\ell) = e^{k\ell} \quad \text{IV.30)}$$

on obtient de IV.29)

$$\ln N' = \ln N_0 - (a - k)l \quad \text{IV.31)}$$

IV.31) est encore une droite, mais sa pente ne nous permet plus de déterminer τ , si l'on ne connaît pas k .

Si $f(l)$ est une fonction quelconque de l , autre que celles définies ci-dessus, la relation IV.29) ne représente plus une droite et il faut alors connaître la forme de $f(l)$ si l'on veut pouvoir calculer τ .

La Fig. 17 montre les graphiques obtenus pour deux des dix sous-groupes.

Nous avons ajusté les distributions obtenues pour chaque sous-groupe à partir de la relation IV.28), en utilisant une méthode d'itération. Les valeurs calculées sont N_0 et a .

$$\text{Avec} \quad a = \frac{1}{c\beta\gamma} \cdot \frac{1}{\tau} \quad \text{IV.32)}$$

$$\text{il vient} \quad \tau = \frac{1}{c\beta\gamma} \cdot \frac{1}{a}$$

c est la vitesse de la lumière.

Le Tab. 10 résume les résultats obtenus.

$x_{\tau p}$	$\beta\gamma$	$P_{0.5}(\chi^2) \%$	$P_{0.7}(\chi^2) \%$	$\tau [10^{-10} \text{ sec}]$
-7.8	.66	30	95	2.6 $\pm$.6
	.75	1	75	2.5 $\pm$.5
-6.8	.66	10	70	2.9 $\pm$.8
	.75	1	70	2.3 $\pm$.4
-5.8	.66	1	60	2.6 $\pm$.5
	.75	1	60	2.2 $\pm$.4
-4.8	.66	10	95	2.1 $\pm$.4
	.75	1	20	2.1 $\pm$.3
-3.8	.66	2	40	2.0 $\pm$.3
	.75	1	65	2.4 $\pm$.4

Tab. 10 Efficacité suivant x_{τ} .

Les valeurs placées sous x_{2p} indiquent d'une part le centre de chaque intervalle et la distance moyenne de chaque intervalle au plan origine (y_z, z_z).

$\overline{\beta\delta}$ sont les valeurs moyennes des deux intervalles en $\beta\delta$.

$P_{0.1}(\chi^2)$ et $P_{0.2}(\chi^2)$ sont les probabilités des χ^2 obtenus lors d'ajustements faits de l'origine à 8 cm et 7 cm de celle-là respectivement.

Les valeurs de τ sont tirées de la relation IV.32).

La Fig. 17 et le Tab. 10 montrent qu'il existe une efficacité fonction de la distance séparant le point de désintégration du plan origine. Cette efficacité est une fonction compliquée de la géométrie de notre appareillage et des critères de mesure.

La valeur moyenne $\tau = 2.45 \pm .13$, calculée à partir des dix sous-groupes est en suffisamment bon accord avec la moyenne mondiale ($2.51 \pm .03$) pour que nous puissions affirmer que, dans l'intervalle compris entre 0 et 7 cm, la fonction $f(\ell)$ est une constante.

Compte tenu de ce qui précède, nous définissons

$$f(\ell) = \begin{cases} 1 & 0 \leq \ell \leq 7 \text{ cm} \\ 0 & \ell > 7 \text{ cm} \end{cases} \quad \text{IV.33)}$$

Cela nous oblige à faire une coupure sur la variable ℓ . Cette grandeur est très proche de la valeur x_{2d} du point de désintégration, puisque les Λ produits forment un angle petit avec l'axe x_z . Nous éliminons donc de notre analyse les événements ayant un $x_{2d} > 7$ cm. Cette coupure correspond à un $x_d > -56.2$ et on peut voir sur la Fig. 11c) qu'elle n'est pas importante.

Nous avons utilisé pour le calcul de τ une méthode différente de celle décrite ci-dessus. En effet, tous nos événements n'entrent pas dans les dix sous-groupes définis plus haut et de plus, nous commettons sur chaque événement une erreur sur $\overline{x_{2p}}$, $\overline{\beta\delta}$ et $\overline{x_{2d}}$.

Nous décrivons la méthode utilisée au § IV.3.3.

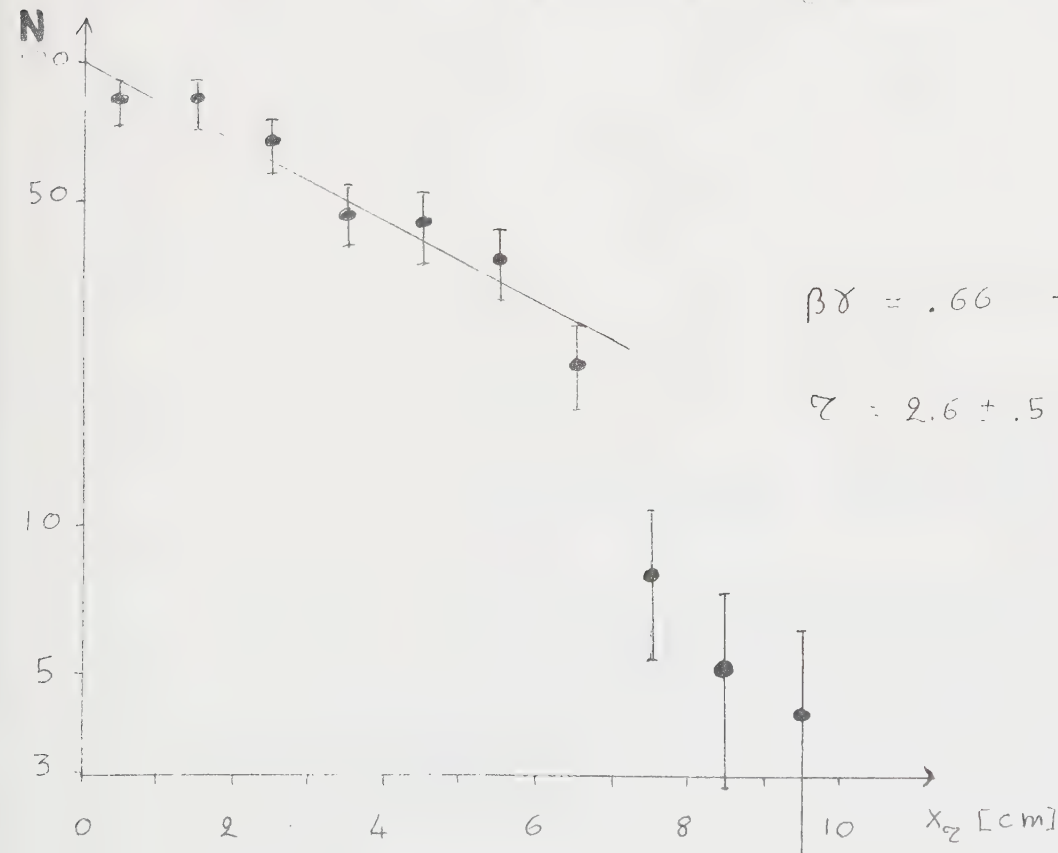
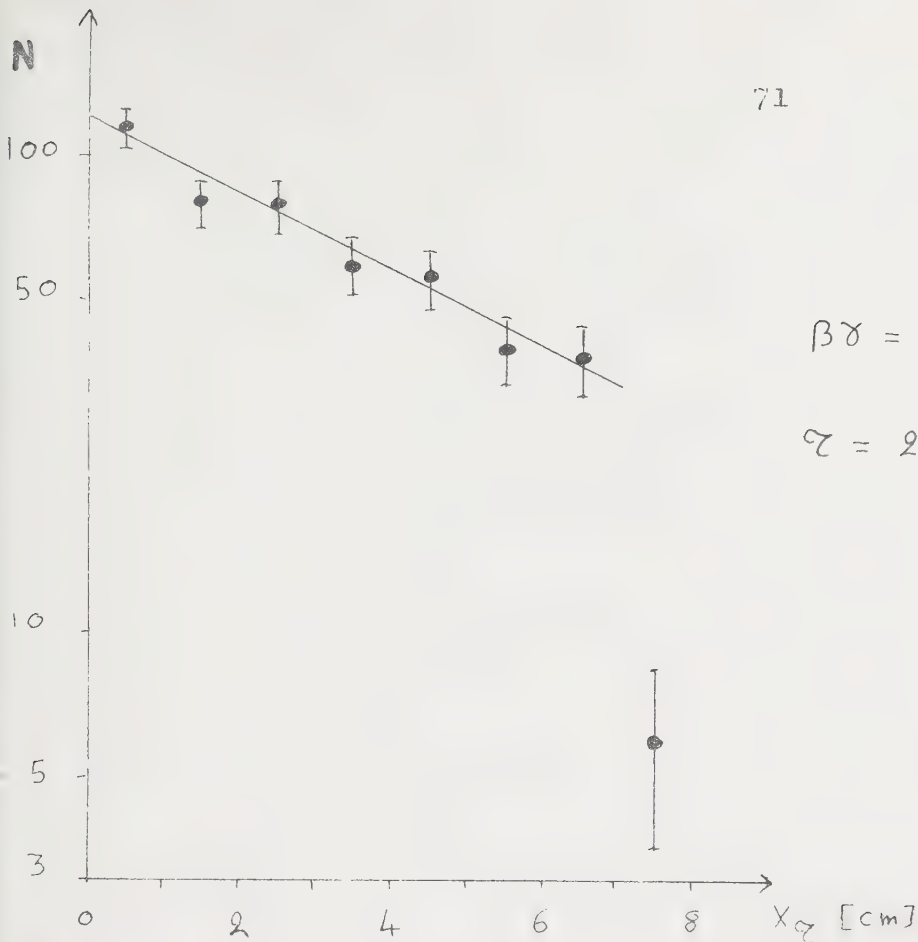


Fig. 17 Recherche de la fonction d'efficacité selon x_α .

Les droites correspondent aux ajustements faits entre 0 et 7 cm.

IV.3.3 Calcul de τ .

Nous avons effectué ce calcul à partir de la méthode de vraisemblance décrite au § IV.1.1.

La probabilité qu'un Λ se désintègre entre un temps t_d et $t_d + dt$ s'écrit :

$$\lambda e^{-\lambda t_d} dt \quad \text{IV.34)}$$

où $\lambda = 1/\tau$ est le taux de désintégration du Λ .

La densité de probabilité pour un événement s'écrit alors :

$$\frac{\lambda e^{-\lambda t} \varepsilon(t)}{\lambda \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} \varepsilon(t) dt} \quad \text{IV.35)}$$

où $\varepsilon(t)$ tient compte de l'efficacité globale de notre appareil.

Définissons pour chaque événement :

- $t_0 = 0$ temps propre au plan origine;
- t_1, t_2 les limites, imposées par l'appareillage, entre lesquelles un Λ peut se désintégrer et être détecté;
- t_3 le temps correspondant à la limite supérieure après laquelle on décide arbitrairement qu'aucun Λ n'est détecté.

Pour chaque événement, t_3 est fonction de la limite supérieure, $x_{\text{ed}} = 7$ cm, décrite au paragraphe précédent.

Les limites t_1 et t_2 doivent être comprises entre t_0 et t_3 .

Nous définissons alors la fonction d'efficacité

$$\varepsilon(t) = \begin{cases} 0 & t < t_1; t > t_2 \\ 1 & t_1 \leq t \leq t_2 \end{cases} \quad \text{IV.36)}$$

La fonction de vraisemblance s'écrit alors

$$L(\lambda) = \frac{N}{\prod_{i=1}^N} \frac{\lambda e^{-\lambda t_i}}{\lambda \int_{t_{i1}}^{t_{i2}} e^{-\lambda t} dt} \quad (IV.37)$$

Les limites t_{i1} et t_{i2} correspondent aux points extrêmes entre lesquels le Λ peut se désintégrer. Ces points sont fonction de l'orientation de la ligne de vol du Λ dans le laboratoire et de l'orientation du pion de désintégration qui, pour un point de désintégration donné, pourrait passer hors des limites physiques du compteur $\Pi 1$.

Le proton n'intervient pas dans ce calcul, car il fait un angle petit avec l'axe x_{π} et peut passer par le trou des compteurs Π quel que soit le point de désintégration.

La Fig. 18 montre les paramètres utilisés pour ce calcul.

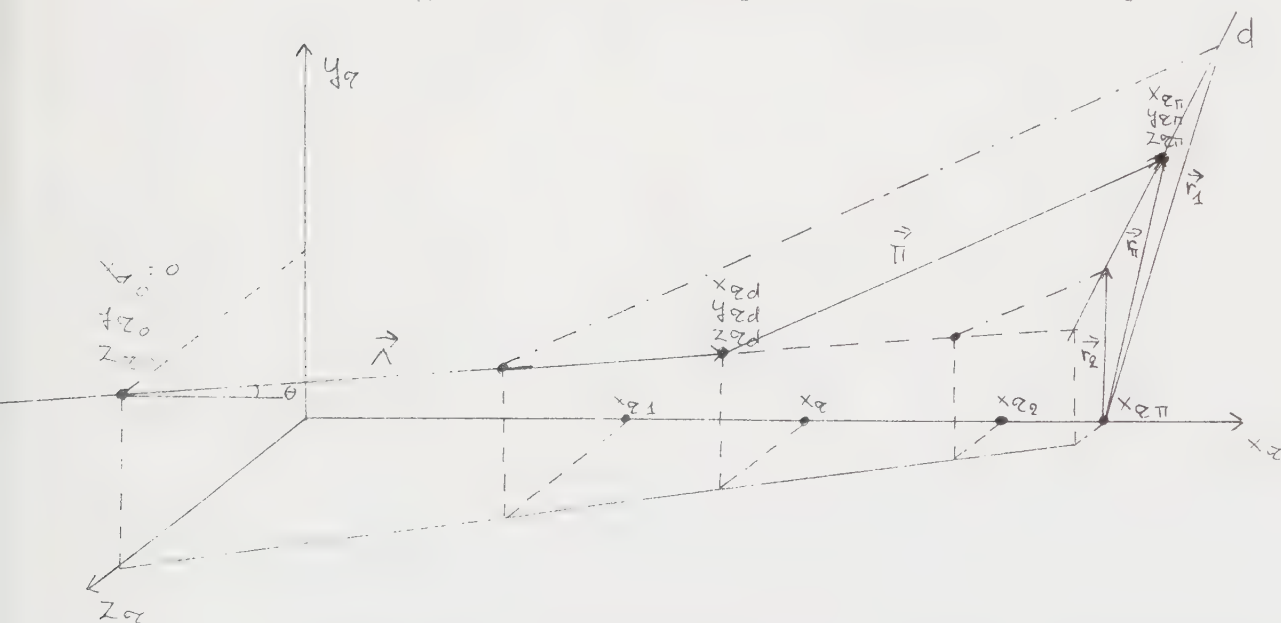


Fig. 18 Grandeurs utilisées lors du calcul des limites d'intégration de la fonction de vraisemblance.

La droite d est formée de l'intersection du plan $(\vec{\lambda}, \vec{\pi})$ et du plan du compteur $\Pi 1$.

Les vecteurs $\vec{r}_1$ et $\vec{r}_2$ définissent les points d'intersection de la droite d et des limites du compteur $\Pi 1$.

Le proton de désintégration et les contours du compteur $\Pi 1$ ne sont pas dessinés.

On peut exprimer la coordonnée x_{2d} du point de désintégration en fonction des coordonnées (x_{20}, y_{20}, z_{20}) , $(x_{2\pi}, y_{2\pi}, z_{2\pi})$, des cosinus directeurs des vecteurs $\vec{\Lambda}$ et $\vec{\Pi}$ par rapport aux axes x_2, y_2, z_2 et de la grandeur $|\vec{r}_{\Pi}|^2$.

Pour obtenir les coordonnées limites x_{21} et x_{22} , il suffit de remplacer $|\vec{r}_{\Pi}|^2$ dans l'expression de x_{2d} par $|\vec{r}_{11}|^2$ et $|\vec{r}_{12}|^2$ respectivement.

Nous obtenons finalement les temps limites t_1 et t_2 en utilisant la relation

$$t_k = \frac{x_{2k} - x_{20}}{\cos \theta} \cdot \frac{1}{c\beta\gamma} ; \quad k = 1, 2 \quad \text{IV.38)}$$

où θ est l'angle que fait le Λ avec l'axe des x .

Ces limites sont calculées pour chaque événement, ce qui nous permet d'évaluer l'intégrale de la relation IV.37).

La suite du calcul s'effectue de la façon décrite au § IV.1.1.

IV.3.4 Coupures sur les événements.

Nous avons défini au § IV.2.2 les coupures auxquelles nous soumettions les événements utilisés pour les calculs de polarisation. Ces coupures ne sont pas suffisantes pour le calcul de $\mathcal{Z}$.

Nous avons défini le plan origine de façon qu'il soit placé juste après le compteur d'anticoïncidence F3. On s'assure ainsi qu'aucun événement n'a pu être produit après l'origine des temps. Nous devons donc couper les événements qui se sont désintégrés avant le plan origine.

D'autre part, dans le calcul des limites t_1 et t_2 , (§ IV.3.3), intervient la distance r_{π} séparant le point d'impact du pion dans le compteur $\Pi 1$ et le centre de ce compteur. Nous introduisons deux nouvelles coupures en demandant que r_{π} soit compris dans les limites du compteur $\Pi 1$.

Enfin, l'efficacité $f(\ell)$, § IV.3.2, impose une coupure sur x_{ed} .

Les valeurs de ces nouvelles coupures sont les suivantes :

$$0 \leq x_{ed} \leq 7 \text{ cm}$$

$$11 \leq r_{\pi} \leq 26.5 \text{ cm}$$

Les autres valeurs sont les mêmes que celles utilisées lors de l'analyse de la polarisation, (voir Fig. 11).

Les pertes dues à ces différentes coupures sont les suivantes, (Tab. 11).

Nombre total d'événements	40784	en % du total	100.0
Evénements analysés	14593		35.5
Evénements rejetés	26191		64.5
Evénements rejetés par χ^2/D seul	1018	en % des réjections	3.9
x_p	467		1.7
x_d	4334		16.6
$x_p > x_d$	0		0.0
T_{ed}	364		1.4
$\Delta E/\sqrt{\Delta E}$	1424		5.5
$r_{\pi} \geq 11$	2724		10.4
$r_{\pi} \leq 26.5$	891		3.5
Evénements rejetés par plus d'un test	14969		57.0

Tab. 11 Pertes dues aux coupures dans le calcul de $\mathcal{E}$.

En appliquant des tests géométriques plus rigoureux, on s'aperçoit que seul 35.5% des événements peut être analysé.

Les nouvelles coupures, en se combinant aux anciennes augmentent notablement les pertes dues à plus d'un test, (57% des pertes contre 41% pour χ^2_{π}).

Il faut remarquer cependant que la coupure en x_d , responsable à elle seule du 16.6% des réjections, n'est une bonne coupure que pour le calcul de τ puisque rien n'empêche un événement de se désintégrer entre l'anticompteur F3 et le plan origine. Il reste un bon centimètre entre l'anticompteur et ce plan; nous n'avons choisi cette limite que pour être sûrs qu'aucun événement ne puisse se produire après le plan origine.

L'autre perte importante est due à la coupure en r_{π} . Elle s'explique par le fait que, souvent, les pions de désintégration font une diffusion avant d'atteindre le compteur $\pi 1$. Les critères de mesure exigent que seules les étincelles situées avant cette diffusion soient mesurées. Ce sont en effet les vrais angles faisceau-pion et pion-proton qui sont utilisés lors de l'ajustement cinématique, (voir Fig. 8, III.4.3).

Il est enfin intéressant de constater que les anciens tests χ^2/D et $\Delta E/\sqrt{\Delta E}$ seuls sont cette fois "absorbés" par les nouvelles coupures dans les mêmes proportions, (61.5% pour χ^2/D et 64% pour $\Delta E/\sqrt{\Delta E}$).

IV.3.5 Résultats du calcul de τ .

Ils sont résumés dans le Tab. 12

Evénements utilisés	Nombre d'événements	$\tau \cdot 10^{-10} [\text{sec}]$
β	10440	$2.49 \pm .10$
$\Delta E_{\pi} 1.03 \text{ GeV/c}$	11304	$2.63 \pm .09$
1.06	2418	$2.75 \pm .19$
1.12	414	$2.87 \pm .49$
total	14593	$2.61 \pm .08$
moenne mondiale		$2.61 \pm .04$

Tab. 12 Valeurs de τ .

Les échantillons utilisés pour ce calcul sont tout d'abord celui ayant servi au calcul du paramètre β (Réf 6) et ensuite ceux que nous avons utilisés pour les calculs de polarisation.

Les échantillons de 0.95, 1.00 et 1.09 GeV/c sont trop petits pour justifier un tel calcul.

Les valeurs trouvées pour les différents échantillons sont en très bon accord avec la moyenne mondiale. Elles nous permettent d'affirmer que les événements avec lesquels nous avons travaillé sont vraiment des Λ .

V. CONCLUSIONS

Les buts que nous nous étions fixés :

- a) Mesures de la polarisation du Λ à plusieurs énergies,
- b) mesure du temps de vie du Λ .

ont été atteints.

Nous avons montré que les échantillons dont nous nous sommes servi pour les calculs de polarisation étaient purs, cela en calculant le temps de vie du Λ pour chaque échantillon, (Tab. 12).

Les biais introduits par notre appareil ont été mis en évidence aussi bien dans le calcul des polarisations (Fig. 10, § IV.2.1) que dans celui des temps de vie (Fig. 17, § IV.3.2). Nous avons montré que ces biais n'influencent pas les valeurs de la polarisation (§ IV.2.3) et nous les avons éliminés pour le calcul des temps de vie (§ IV.3.2).

Nos résultats à 1.03 GeV/c sont les seuls de cette nature qui aient été publiés. En effet, les valeurs données dans la (Réf 12) sont moyennées sur un intervalle d'impulsion du pion incident allant de 1.01 à 1.05 GeV/c. D'autres auteurs (Réf 21) ne donnent que la valeur moyenne de α_P à cette impulsion.

De même que pour 1.03 GeV/c, nos résultats à 1.06 GeV/c sont inédits. Ils revêtent une particulière importance du fait que c'est à cette impulsion que se place le pic de la section efficace totale de production.

Les valeurs que nous donnons pour 1.12 GeV/c sont elles aussi utiles puisqu'elles diffèrent sensiblement des résultats obtenus par d'autres auteurs (Fig. 15 b). Il faut noter que les modèles théoriques proposés (Réf 11 et Réf 14) indiquent qu'à cette impulsion, la polarisation devrait être partout positive. Nos résultats et ceux de la (Réf 13) confirment ces modèles alors que ceux de la (Réf 15) ne sont pas en accord avec eux.

La présence dans l'état final d'ondes $P_{3/2}$ confirment la présence de résonnances contribuant à cet état. Nous espérons que les résultats que nous présentons seront

intégrés dans les données expérimentales utilisées pour vérifier les modèles théoriques tenant compte de ces résonances et contribueront ainsi à une meilleure compréhension de la réaction $\pi^- p \rightarrow \Lambda + \pi^0$ à basse énergie et, d'une façon plus générale, des problèmes que posent les interactions pion nucléon.

Enfin, le résultat concernant le temps de vie du Λ pourra être ajouté à la longue liste de mesures de τ_Λ déjà existantes.

TABLE A

1.03 GeV/c		1.06 GeV/c		1.12 GeV/c	
$\cos \theta_p^*$	α_n	$\cos \theta_p^*$	α_{p_n}	$\cos \theta_p^*$	α_{p_n}
-0.9	.10 $\pm$.23	-0.9	.10 $\pm$.26	-0.8	.23 $\pm$.20
-0.7	.40 $\pm$.12	-0.7	.49 $\pm$.18	-0.4	.48 $\pm$.17
-0.5	.45 $\pm$.09	-0.5	.65 $\pm$.12	.0	.67 $\pm$.10
-0.3	.40 $\pm$.07	-0.3	.59 $\pm$.11	.4	.44 $\pm$.12
-0.1	.49 $\pm$.05	-0.1	.69 $\pm$.08	.8	.14 $\pm$.16
.1	.4 $\pm$.04	.1	.59 $\pm$.07		
.3	.54 $\pm$.04	.3	.58 $\pm$.07		
.5	.50 $\pm$.04	.5	.51 $\pm$.07		
.7	.42 $\pm$.04	.7	.48 $\pm$.08		
.9	.12 $\pm$.05	.9	.42 $\pm$.10		

Tab. A1 Valeurs de α_n .

Les valeurs indiquées sous $\cos \theta_p^*$ indiquent le centre d'un intervalle pour lequel une valeur α_n a été calculée. Par exemple à -0.9 correspond l'intervalle compris entre -1.0 et -0.8.

RAPPEL : Toutes les erreurs sont multipliées par un facteur 1.25, (voir Tab. 6, § IV.2.5).

Énergies [GeV/c]	b_1	b_2	b_3
0.95	.59 $\pm$.13	-.04 $\pm$.11	.02 $\pm$.09
1.00	.56 $\pm$.09	.12 $\pm$.08	.11 $\pm$.07
1.01	.53 $\pm$.02	.02 $\pm$.02	.02 $\pm$.01
1.05	.50 $\pm$.04	-.02 $\pm$.03	.03 $\pm$.02
1.09	.45 $\pm$.20	-.12 $\pm$.22	-.31 $\pm$.20
1.12	.57 $\pm$.06	-.10 $\pm$.06	-.07 $\pm$.04

Tab. A2 Valeurs des coefficients b_i du développement analytique de α_{Λ} (relation IV.15) du § IV.1.2).

Ces coefficients ont été utilisés dans les calculs de $\alpha_{\Lambda}^{\bar{p}}$ (Tab. 7) et du paramètre β .

Nous avons utilisé les trois premiers termes du développement, les termes d'ordre supérieur étant compatibles avec zéro.

LISTE DES REFERENCES.

- 1) H.J. GERBER. Introduction à la physique des particules élémentaires III. (1967). Université de Genève. (Notes de cours non publiées).
- 2) W.S.C. WILLIAMS. An Introduction to Elementary Particles. Academic Press (1961). (Page 169 et suivantes).
- 3) R.D. TRIPP. Baryon Resonances. CERN 65-7 (Rev). (1965).
- 4) H.J. GERBER. Einführung in die Physik der Elementarteilchen II. E.P.F, SIN. Semestre d'hiver 1968-1969. (Page 68 et suivantes).
- 5) J.L. CROVIN, O.L. OVERBETH. Phys. Rev. 129, 1795, (1969).
- 6) A. GAUTSCHI. Thèse. Université de Genève. Genève (1969). (Non publiée).
- 7) J.F. RENEVEY. Thèse. Université de Genève. Genève (1968). (Non publiée).
- 8) J. OREAR. Notes on Statistics for Physicists. UCRL 8417 (1958).
- 9) Proceedings of the 1964 Easter School for Physicists. CERN 64-18 (1964).
- 10) D.J. HUDSON. Maximum Likelihood and Least Squares Theory. CERN 64-18 (1964).
- 11) G.T. HOFF. Phys. Rev. 131, 1302 (1963).
- 12) J.A. ANDERSON, F.S. CRAWFORD, B.B. CRAWFORD, R.L. GOLDON, L.J. LLOYD, G.W. MEISNER and I.R. OJOF. 1962 Int. Conf. on High Energy Physics at CERN. (Page 270).
Les mêmes résultats se trouvent dans (Réf 14, page 1782).
- 13) T.O. EINFORD. Ph. D. Thesis, University of Wisconsin. (1965). (Unpublished).
Nous avons trouvé ces données dans (Réf 14, page 1783).

- 14) J.E. RUSH, Jr. Phys. Rev. 173, 5, 1776 (1968).
- 15) F.S. CRAWFORD, Jr, M. CRESTI, M.L. GOOD,
K. GOTTSTEIN, E.M. LAMAN, F.T. SOLMITZ, M.L.
STEVENSON and H.K. TICHIO. 1958 Int. Conf. on
High Energy Physics at CERN. (Appendix I page 323).
- 16) L.B. AUERBACH, D. BOWEN, J. DOPPS, K. LANDE,
A.K. MANN, F.J. SCIULLI, H.HUTO, D.H. WHITE,
K.K. YOUNG. Nuovo Cimento, Vol X L V I I,
page 19, (1967).
- 17) Review of Particles Properties. UCRL 8030.
Pt 1-Jan 1969 Rev. (Published in Rev. Mod. Phys. Jan 1969).
- 18) G.T. HOFF. Phys. Rev. 139, B 671 (1965).
- 19) S. ORITO, S. SASAKI. Lettere al Nuovo Cimento,
Vol I, 936 (1969).
- 20) L. BERTANZA, P.L. CONNOLLY, B.B. CULWICK, F.R. EISLER,
T. MORRIS, R. PALMER, A. PRODELL, N.P. SAMIOS.
Phys. Rev. Lett., 8, 332 (1962).
- 21) F. EISLER, P. FRANZINI, J.H. GAILLARD, A. GARFINKEL,
J. KEREN, R. PLANO, A. PRODELL and M. SCHWARTZ.
Rev. Mod. Phys., 33, 436 (1961).
- 22) W.E. CLELAND, J.K. BIENLEIN, G. CONFORTO, G.H. EATON,
H.J. GERBER, M. REINHARZ, M. VELTMAN, A. GAUTSCHI,
E. HEER, J.F. RENEVEY, G. VON DARDEL.
Physics Letters, 26 B, 1, 45 (1967).

